УДК 519.283

О ПОЗИЦИОННЫХ УПРАВЛЕНИЯХ ЗАЩИТНИКА В ДВУХКРИТЕРИАЛЬНОЙ ИГРЕ ТИПА АТАКУЮЩИЙ-ЦЕЛЬ-ЗАЩИТНИК

Е.Я. Рубинович
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: rubinvch@ipu.ru

Ключевые слова: двухкритериальная игра преследования-уклонения, программное управление, позиционное управление, равновесие по Нэшу.

Аннотация: Рассматривается двухкритериальная игра преследования-уклонения на плоскости одного преследователя против коалиции из двух игроков: уклоняющейся цели и защитника (MTD игра, от англ. Missile-Target-Defender game). Защитник, роль которого играет мобильная ложная цель, используется для отвлечения преследователя, позволяя истинной цели (в процессе отвлечения) максимизировать минимально возможную дистанцию преследователь-цель. Предполагается, что преследователь снабжен круговой зоной классификации целей радиуса R. Игра состоит в том, что преследователь минимизирует время, необходимое для сближения с одной из целей до расстояния, не превышающего R (R-встреча), а цели, действуя согласованно, максимизируют минимальное расстояние между преследователем и истинной целью. Игра продолжается до момента R-встречи преследователя с защитником. Решение игры в программных стратегиях известно. В работе показано, что расширение класса программных управлений до класса позиционных не улучшает качества управления. Доказывается существование равновесия по Нэшу.

1. Введение

Первые постановки дифференциальных игр преследования с ложной целью относятся к началу 70-х годов прошлого века [1]. Эти игры подразделяются на дифференциальные игры совместного и поочередного преследования. При совместном преследовании в задачу преследователя входит сближение с группой целей и используется терминальный критерий типа «промах» (по истинной цели) [1, 4, 5]. При поочередном преследовании используется критерий типа «время»: требуется переловить все цели за минимальное время или минимизировать время поимки именно истинной цели [2, 3, 6]. При этом информация о том, с какой вероятностью та или иная цель является истинной, может быть задана априорно. В последнее время активно развиваются постановки и решения задач, описывающих различные эпизоды динамического взаимодействия трех игроков типа Атакующий-Цель-Защитник (Attacker-Target-Defender или Missile-Target-Defender, соответственно ATD или MTD игры), в которых коалиция из двух игроков (убегающей цели и мобильного защитника) выступает против атакующего преследователя [7]– [16]. В качестве защитника подразумевается ударный беспилотный аппарат или мобильная ложная цель. В этих постановках атакующий игрок стремится поймать (поразить) убегающую цель, в то время как задача мобильного защитника - успеть перехватить атакующего игрока. В упомянутых выше работах [7]– [16] постановки игр рассматриваются на плоскости, а задачи отличаются динамикой игроков (простые движения, движения с ограничениями на разворот и т.п.), критериями («время», «промах») и условиями информируемости участвующих в конфликте сторон. Условия информируемости, в свою очередь, накладывают ограничения на классы стратегий (управлений) игроков (позиционные, программные, кусочно-программные и т.п.). В частности, в [15] рассматривается MTD игра в программных стратегиях игроков при отсутствии у коалиции цель-защитник априорной информации о дистанции до преследователя. В реальности, выбор управления защитником в классе программных обусловлен двумя причинами. Первая - состоит в том, что возможности для получения объективной текущей информации о преследователе с борта защитника сильно затруднены или вообще отсутствуют в силу его чисто конструктивных особенностей. Второй причиной является, как правило, относительная «примитивность» БЦВМ защитника. «Взрывной» прогресс в развитии микропроцессорной техники, который наблюдается в последние годы, позволяет ставить вопрос о разработке более сложных в интеллектуальном плане алгоритмов управления автономными подвижными объектами, в частности, переходить от программных управлений к позиционным. В настоящей работе рассматривается плоская двухкритериальная ATD игра одного преследователя (атакующего игрока) против двух целей, одна из которых является ложной и играет роль защитника. Задача защитника - отвлечь на себя атакующего игрока, дав тем самым истинной цели возможность совершить маневр уклонения, максимизировав минимально возможное расстояние до преследователя, которое реализуется в процессе его сближения с ложной целью. Конструктивные особенности атакующего игрока таковы, что он обладает круговой зоной классификации радиуса R, внутри которой он имеет возможность мгновенно классифицировать цель как ложную или истинную. Игра состоит в том, что преследователь минимизирует время, необходимое для сближения с одной из целей до расстояния, не превышающего R (R-встреча), а цели, действуя согласованно, максимизируют минимальное расстояние между преследователем и оставшейся целью. Игра продолжается до момента R-встречи преследователя с первой (ложной) целью, т.е. до момента классификации ложной цели (этот момент атакующий игрок минимизирует). Предполагается, что то, что первая по порядку преследования цель является ложной априори преследователю не известно. При программных управлениях ложной целью подобная постановка рассматривалась в [16]. В свете вышесказанного вполне уместен вопрос о том, что даст расширение класса программных управлений ложной целью до класса позиционных, т.е. до класса управлений с обратной связью. В данной работе дается отрицательный ответ на этот вопрос, а именно, показывается, что расширение класса программных управлений ложной целью не улучшает качества управления. Доказывается, что в рассматриваемой игре имеет место равновесие по Нэшу в программных стратегиях игроков.

2. Постановка задачи

Три игрока: преследователь (атакующий игрок) P и две цели E_1 и E_2, обладая ограниченными линейными скоростями, перемещаются на плоскости, имея возможность в каждый момент изменять направления своих движений (так называемые «простые движения», Рис. 1). Уравнения относительного движения (здесь и далее $i = 1, 2$)

(1) $$\dot{Z}_i(t) = v_i(t) - u(t), \qquad Z_i(0) = Z_i^0,$$

где $Z_i(t)$ - двумерный вектор, направленный от P к цели E_i в текущий момент t; $u(t)$, $v_i(t)$ - двумерные вектора скоростей (управлений) игроков P и E_i соответственно, временные реализации которых подчинены ограничениям

(2) $$P: \quad |u(t)| \leqslant 1, \qquad E_i: \quad |v_i(t)| \leqslant \beta_i < 1.$$

Игрок P осуществляет R-встречу с целью E_i, решая задачу преследования с критерием (платежным функционалом)

(3) $$G_1 = T \;\rightarrow\; \min_u,$$

при начальных и терминальных условиях

(4) $$0 \leqslant |Z_1(T)| = R \leqslant |Z_1^0| \leqslant |Z_2^0|.$$

Коалиция целей решает задачу уклонения с критерием

(5) $$G_2 = \min_t |Z_2(t)|^2 \;\rightarrow\; \max_{v_1, v_2}, \qquad t \leqslant T.$$

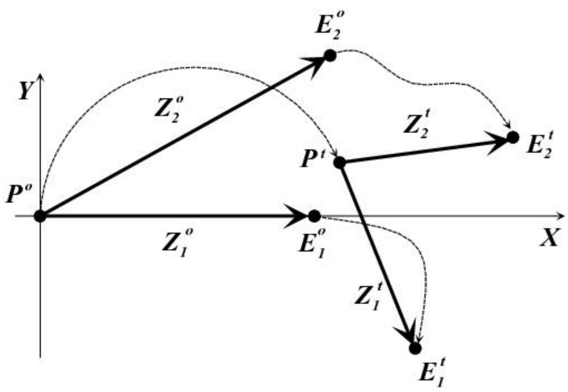

Рис. 1. Геометрия движения игроков

3. Решение игры в программных стратегиях

В предположении программности управления цели E_1, которое известно игрокам P и E_2, в игре (1)–(5) был найден оптимальный ответ коалиции $\{E_1, E_2\}$ в смысле критерия G_2 на интервале $[0, T]$ [16]. А именно, при любом программном управлении

$v_1(t)$ игрока E_1, для преследователя P оптимальным является движение с максимальной скоростью в точку R-встречи с целью E_1. Направления движений игроков зависят от начального положения E_2^0 цели E_2 (здесь и далее верхними индексами 0 и T отмечены положения игроков в начальный и конечный моменты времени). Область возможных начальных положений E_2^0 цели E_2 (верхняя полуплоскость в декартовой системе координат XOY, начало O которой совпадает с начальным положением P^0 преследователя P (т.е. $O = P^0$), а ось OX направлена вдоль линии визирования $P^0E_1^0$ цели E_1 в начальный момент времени) разбивается двумя параллельными прямыми L_1, L_2 на три зоны: A, B и C (детали см. в [16]). В зоне A игра физического смысла не имеет. При $E_2^0 \in B$ преследователь P движется по прямой P^0P^T касательной к овалу Декарта (в полярной системе координат $\{\varrho, \varphi\}$ с полюсом O и полярной осью OX)

$$(6) \qquad (1-\beta^2)\varrho^2 + 2(\beta^2 R - x_1^0\cos\varphi)\varrho + (x_1^0)^2 - \beta^2 R^2 = 0,$$

который дает описание геометрического места точек R-встречи игроков P и E_1 (Рис. 2). Здесь x_1^0- абсцисса начального положения E_1^0 цели E_1, т.е. $x_1^0 = |Z_1^0|$. Условие

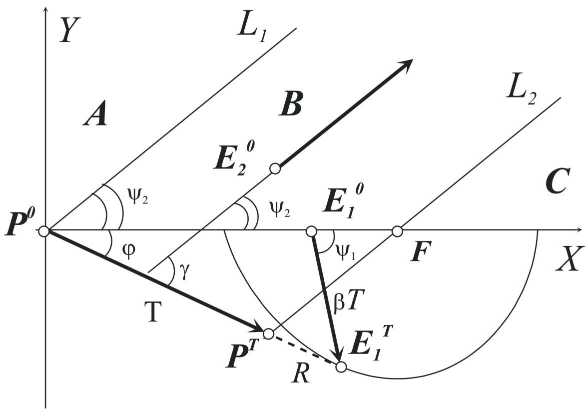

Рис. 2. Решение игры в программных стратегиях

касания прямой P^0P^T овала Декарта (P^0P^T - направление движения игрока P) имеет вид

$$(7) \qquad \cos\varphi = \beta^2\sigma_0 + \sqrt{(1-\beta^2)(1-\beta^2\sigma_0^2)}, \qquad \text{где} \quad \sigma_0 = R/x_1^0 < 1.$$

Углы ψ_1 и ψ_2 разбегания целей (вдоль прямых с максимально возможными скоростями равными β) задаются следующими равенствами.
Для цели E_1: $\cos\psi_1 = \beta\sigma_0$; для цели E_2: $\psi_2 = \gamma - \varphi$. Здесь φ из (7), а γ такое, что $\cos\gamma = \beta$. Радиус-вектор $P^0E_1^T$ терминальной точки E_1^T имеет длину

$$\varrho_T = \sqrt{(1-\beta^2\sigma_0^2)(1-\beta^2)^{-1}}.$$

Время существования игры

$$(8) \qquad T = \varrho_T - R.$$

В зоне C цель E_2 уклоняется вдоль прямой, проходящей через точки P^T и E_2^0.

4. Позиционный выбор управлений

Во Введении был поставлен вопрос: «Может ли коалиция целей $\{E_1, E_2\}$ улучшить значение своего платежного функционала G_2, перейдя к позиционным управлениям игрока E_1?», и был анонсирован отрицательный ответ. Для обоснования этого ответа обратим внимание на то, что игрок P и коалиция $\{E_1, E_2\}$ решают свои задачи с разными критериями. Следовательно тот факт, что отказ от программности не улучшает значения критериев G_1 и G_2 равносилен тому, что в задаче имеет место равновесие по Нэшу на траекториях, удовлетворяющих (6) – (8), т.е. выполняются условия:

А. игрок P не может улучшить свой платежный функционал G_1 при условии, что игроки E_1 и E_2 движутся оптимально в соответствии с (6) - (8),

Б. коалиция $\{E_1, E_2\}$ не может улучшить G_2, если P избирает стратегию преследования, соответствующую (6) - (8).

Условие А выполняется в силу того, что игрок P движется оптимально при программном движении E_1, что соответствует (6) - (8). Доказывается, что условие Б также выполняется. Доказательство основано на методе В.Ф. Кротова для задач с критериями типа

$$G = F(x(0), x(\theta)) \ \rightarrow \min_{v \in V_v(t)} \max_{u \in V_u(t, x(t))}, \qquad t \in [0, T],$$

для систем вида $\dot{x}_i = f_i(t, x, u, v)$, где $f_i(\cdot)$ кусочно-гладкая [17].

5. Заключение

Приведены постановка и решение двухкритериальной дифференциальной игры преследования-уклонения на плоскости типа Атакующий-Цель-Защитник. В качестве защитника может выступать мобильная ложная цель. Ложная и истинная цели образуют коалицию, которая используя защитника для отвлечения атакующего игрока, максимизирует минимальное расстояние между преследователем и целью. Показано, что в игре реализуется равновесие Нэша в программных стратегиях и расширение класса программных стратегий защитника до класса позиционных не улучшает качества управления.

Список литературы

1. Ольшанский В.К., Рубинович Е.Я. Простейшие дифференциальные игры преследования системы из двух объектов // Автоматика и телемеханика. 1974. № 1. С. 24-34.
2. Абрамянц Т.Г., Маслов Е.П., Рубинович Е.Я. Простейшая дифференциальная игра поочередного преследования // Автоматика и телемеханика. 1980. № 8. С. 5-15.
3. Breakwell J.V., Hagedorn P. Point Capture of two Evaders in Succession // J. Opt. Theory and Appl. 1979. Vol. 27, No 1. P. 89-97.
4. Рубинович Е.Я. Дифференциальная игра преследования-уклонения двух целей с ограничением на разворот преследователя // Известия ЮФУ. Технические науки. 2018. № 1. С. 118-128.

5. Rubinovich E.Ja. Two targets pursuit-evasion differential game with a restriction on the targets turning // IFAC PapersOnLine. 2018. Vol. 51, No. 32. P. 503-508.
6. Петросян Л. А., Ширяев В.Д. Групповое преследование одним преследователем нескольких преследуемых // Вестн. ЛГУ. 1980. № 13. С. 50-57.
7. Boyell R.L. Defending a Moving Target against Missile or Torpedo Attack // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1976. Vol. AES-12. P. 582-586.
8. Boyell R.L. Counterweapon Aiming for Defence of a Moving Target // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1980. Vol. AES-16, P. 402-408.
9. Shneydor N.A. Comments on "Defending a Moving Target against Missile or Torpedo Attack"// IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1977. Vol. AES-13. P. 321
10. Garcia E. , Casbeer D.W., Pham K., Pachter M. Cooperative aircraft defense from an attacking missile // Proc. 53th IEEE Conference Decision and Control (CDC). 2014. Dec. 15-17, Los Angeles, USA., P. 2926-2931.
11. Pachter M., Garcia E., Casbeer D.W. Active target defense differential game // 52nd Annual Allerton Conf. Communication, Control, and Computing. IEEE, 2014. P. 46-53.
12. Naiming QI, Qilong SUN, Jun ZHAO. Evasion and pursuit guidance law against defended target // Chinese Journal of Aeronautics. 2017. Vol. 30, No. 6. P. 1958-1973.
13. Weissyand M., Shimazand T., Rusnak I. Minimum effort intercept and evasion guidance algorithms for active aircraft defense // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2016. Vol. 39, No. 10. P. 2297-2311.
14. Garcia E., Casbeer D.W., Pachter M. Active Target Defense Differential Game with a Fast Defender // IET Control Theory and Applications. 2017. Vol. 11, No. 17. P. 2985-2993.
15. Rubinovich E.Ja. Missile-Target-Defender Problem with Incomplete a priori Information // Dynamic Games and Applications (Special Issue). 2019. On open access: https://rdcu.b/bhvyh. DOI: https://doi.org/10.1007/s13235-019-00297-0
16. Маслов Е.П., Иванов М.Н. Об одной задаче уклонения // Автоматика и телемеханика. 1984. № 8. С. 56-62.
17. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.