УДК 519.6

О СВОЙСТВЕ СТАБИЛЬНОСТИ В ОДНОЙ ИГРОВОЙ ЗАДАЧЕ О СБЛИЖЕНИИ

В.Н. Ушаков
Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН
Россия, 620990, Екатеринбург, Софьи Ковалевской ул., 16
E-mail: ushak@imm.uran.ru

В.И. Ухоботов
Челябинский государственный университет
Россия, 454001, Челябинск, Братьев Кашириных ул., 129
E-mail: ukh@csu.ru

А.Р. Матвийчук
Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН
Россия, 620990, Екатеринбург, Софьи Ковалевской ул., 16
E-mail: matv@imm.uran.ru

А.В. Ушаков
Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН
Россия, 620990, Екатеринбург, Софьи Ковалевской ул., 16
E-mail: aushakov.pk@gmail.com

Ключевые слова: динамическая система, оптимальное управление, стабильность, стабильный мост, задача о сближении.

Аннотация: Рассматривается задача о сближении конфликтно-управляемой нелинейной системы с компактным множеством в конечномерном евклидовом пространстве на конечном промежутке времени. Обсуждается некоторая новая формулировка определения стабильных мостов в рассматриваемой задаче.

Рассматривается конфликтно-управляемая нелинейная система в конечномерном евклидовом пространстве и на конечном промежутке времени. Обсуждается задача о сближении системы с компактным целевым множеством в фиксированный момент времени [1-10]. Задача изучается в рамках позиционного подхода предложенного в 60-е годы XX века Н.Н.Красовским. Предполагается, что правая часть конфликтно-управляемой системы представима в виде

$$
\text{(1)} \qquad \frac{dx}{dt} = f(t,x,u,v) = f^{(1)}(t,x,u) + f^{(2)}(t,x,v),
$$
$$
t \in [t_0, \vartheta], x \in \mathbb{R}^m, x(t_0) = x^{(0)} \in \mathbb{R}^m;
$$

$$
\text{(2)} \qquad u \in P, v \in Q;
$$

здесь u и v — управления соотвественно первого и второго игроков, $P \in comp(\mathbb{R}^p)$, $Q \in comp(\mathbb{R}^q)$, где обозначено $comp(\mathbb{R}^k)$ — метрическое пространство компактов в $\mathbb{R}^k$ с хаусдорфовой метрикой.

Система (1), (2) удовлетворяет условиям

A. Вектор-функции $f^{(1)}(t,x,u)$ и $f^{(2)}(t,x,v)$ определены и непрерывны по совокупности t,x,u и t,x,v соответственно на $[t_0,\vartheta]\times\mathbb{R}^m\times P$ и $[t_0,\vartheta]\times\mathbb{R}^m\times Q$, а также для любого компакта $\mathbb{D} \in comp([t_0,\vartheta]\times\mathbb{R}^m)$ найдется такая константа $\mathbb{L} = \mathbb{L}(D) \in (0,\infty)$, что

$$
\|f^{(1)}(t,x^{(1)},u) - f^{(1)}(t,x^{(2)},u)\| \leqslant L\|x^{(1)} - x^{(2)}\|,
$$
$$
\|f^{(2)}(t,x^{(1)},v) - f^{(2)}(t,x^{(2)},v)\| \leqslant L\|x^{(1)} - x^{(2)}\|,
$$
$$
(t,x^{(i)}) \in \mathbb{D}, i = 1,2, u \in P, v \in Q.
$$

B. Существует такая постоянная $\gamma \in (0,\infty)$, что

$$
\|f(t,x,u,v)\| \leqslant \gamma(1 + \|x\|),
$$
$$
(t,x,u,v) \in \mathbb{D} \times R^m \times P \times Q;
$$

здесь $\|f\|$ — норма вектора f в евклидовом пространстве.

Наряду с системой (1), (2) задан компакт $M \in comp(R^m)$.

Задача о сближении. Первому игроку требуется найти позиционную стратегию $u = u(t,x)$ обеспечивающую приведение фазового вектора $x(\vartheta)$ системы (1) на M, как бы ни действовал в процессе игры второй игрок в рамках допустимых управлений $v = v(t,x)$.

В [2] показано, что для задачи о сближении существует такое замкнутое множество $W^0 \in [t_0,\vartheta]$ — множество позиционного поглощения, которое обладает следующим свойством: для всех исходных позиций $(t_*,x_*) \in W^0$ системы (1), (2) разрешима задача о сближении, а для исходных позиций $(t_*,x_*) \notin W^0$ задача о сближении не разрешима.

Множество W^0 обладает свойством u-стабильности, центральным в теории позиционных дифференциальных игр. Наличие этого свойства у W^0 дает возможность первому игроку, применяя позиционную экстремальную к W^0 стратегию, обеспечивать движение конфликтно-управляемой системы (1), (2) по мосту W^0 вплоть до встречи с M в момент времени ϑ, какие бы при этом допустимые стратегии ни выбирал второй игрок.

Существует несколько формулировок свойства u-стабильности, посредством которых определяются u-стабильные мосты. Самая ранняя формулировка дана в работах Н.Н.Красовского и А.И.Субботина [1,2]. Эта формулировка удобна для конструирования и реализации в процессе игры экстремальной к W^0 позиционной стратегии первого игрока. В связи с этим актуален вопрос о выделении в множестве $[t_0, \vartheta] \times \mathbb{R}^m$ самого множества W^0, к которому должна пристраиваться экстремальная стратегия первого игрока.

В докладе обсуждается некоторая новая формулировка определения u-стабильных мостов в рассматриваемой задаче, которую авторы доклада считают наиболее удобной теоретической платформой для разработки алгоритмов конструирования моста W^0. Заметим, что аналитическое (точное) описание множества W^0 возможно лишь в относительно редких задачах о сближении. В связи с этим актуальной является проблема приближенного конструирования W^0, чему способствует применение нового определения u-стабильных мостов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-01-00264, 18-31-00018 мол_а).

Список литературы

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. О структуре дифференциальных игр // Докл. АН СССР. 1970. Т. 190, No. 3. С. 523-526.
2. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
3. Куржанский А.Б. Альтернированный интеграл Понтрягина в теории синтеза управлений // Тр. МИАН. 1999. Т. 224. С. 234-248.
4. Кряжимский А.В., Осипов Ю.С. Об одном алгоритмическом критерии разрешимости игровых задач для линейных управляемых систем // Тр. Ин-та математики и механики. 2000. Т. 6, No. 1. С. 131-140.
5. Понтрягин Л.С. О линейных дифференциальных играх II// М.: Доклады АН СССР. 1967. Т. 175. No. 4. С. 764-766.
6. Никольский М.С. Об альтернированном интеграле Л.С. Понтрягина // Мат. сб. 1981. Т. 116, № 1. С. 136-144.
7. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978.
8. Половинкин Е.С. Стабильность терминального множества и оптимальность времени преследования в дифференциальных играх // Дифференц. уравнения. 1984. Т. 20, № 3. С. 433-446.
9. Ушаков В.Н. К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения-уклонения // Изв. АН СССР, Техн. Кибернетика, 1980. С. 29-36.
10. Тарасьев А.М., Ушаков В.Н., Хрипунов А.П. Об одном вычислительном алгоритме решения игровых задач управления. // Прикл. матем. и мех. 1987. Т. 51, № 2. С. 216-222.