

# МОДЕЛИ АНАЛИЗА, ПРОГНОЗА И УПРАВЛЕНИЯ НА СЕТЯХ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ К МАРКЕТИНГУ

**М.Т. Агиева**

*Ингушский государственный университет*

Россия, 386132, Республика Ингушетия, а/о Гамурзиевский, Назрань, ул. Магистральная, 39

E-mail: [agieva25@mail.ru](mailto:agieva25@mail.ru)

**Ключевые слова:** задачи оптимального управления, маркетинг, разностные уравнения, сетевые модели влияния.

**Аннотация:** изложены модели анализа, прогноза и управления на сетях с приложениями к маркетингу. Проведены обзор и анализ моделей влияния и управления на сетях. Осуществлены спецификация и интерпретация сетевых моделей влияния и управления для решения задач маркетинга. Реализованы и апробированы алгоритмы сегментации целевой аудитории и вычисления ее количественных сетевых характеристик. Разработаны и апробированы алгоритмы решений задачи прогноза мнений целевой аудитории для случаев регулярной сети и сети общего вида. Построены и исследованы задачи оптимального управления с учетом сетевой структуры, дана их интерпретация применительно к управлению динамикой мнений целевой аудитории. Предложена методика идентификации моделей влияния и управления в маркетинге.

## 1. Введение

Исследование процессов взаимного влияния на базе цепей Маркова в социальных группах с сетевой структурой было начато в работах [1-3]. Идея подхода состоит в том, что начальные мнения агентов со временем меняются под влиянием других агентов по некоторому правилу; в частности, в линейной модели все члены группы приходят к устойчивым финальным мнениям, зависящим от групповой структуры. Это направление исследований развито, например, в [4, 5], а также распространено на другие предметные области. Так, в [6] изучаются модели «заражения», в [7] – модели распространения слухов в обществе.

Еще больший интерес представляют модели управления в социальных группах с заданной структурой взаимодействия [8, 9]. Если финальные мнения членов социальной группы не устраивают некоторого внешнего субъекта управления, то он может попытаться изменить их в желательную для себя сторону посредством воздействия на начальные или текущие мнения агентов либо коэффициенты их взаимодействия. В совокупности с ограничениями на затраты это образует задачу оптимального управления с учетом сетевой структуры. В линейных постановках такие задачи могут быть решены аналитически, в общем случае требуется имитационное моделирование.

Авторский подход представлен в работах [10-12]. Дана интерпретация моделей влияния и управления на сетях применительно к маркетингу. Анализируемая социальная сеть трактуется как целевая аудитория некоторой фирмы, действующей как субъект управления. Мнение агента (представителя целевой аудитории) отражает сумму денег, которую агент готов потратить на покупку товаров или услуг данной фирмы. Фирма

заинтересована в максимизации этой величины на рассматриваемом отрезке времени посредством маркетинговых воздействий на целевую аудиторию при ограничениях на маркетинговый бюджет, что порождает задачу оптимального управления. На этапе анализа в составе целевой аудитории выделяются сильные подгруппы и спутники [8]. Поскольку финальные мнения всех агентов зависят только от начальных мнений членов сильных подгрупп, то маркетинговые воздействия следует оказывать на них и только на них, что существенно снижает расходы на управление.

В разделе 2 описывается базовая модель влияния на сети и дается ее маркетинговая интерпретация. В разделе 3 формулируются задачи оптимального управления целевой аудиторией в маркетинге. Раздел 4 суммирует основные результаты.

## 2. Базовая модель влияния на сети и ее маркетинговая интерпретация

Базовая модель влияния в социальной сети представляет собой взвешенный ориентированный граф, вершины которого соответствуют членам социальной группы (агентам), а дуги описывают их взаимное влияние. Каждой вершине приписывается вещественное значение (мнение члена группы), которое может меняться со временем, а каждой дуге – вещественное число (вес), характеризующее степень влияния одного члена группы на другого (или, что то же самое, степень доверия второго к первому).

Таким образом, сеть моделируется оргграфом  $D = (Y, A)$ , где  $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$  – множество агентов (вершин);  $y_i \rightarrow x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$  – мнение агента;  $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$  – вектор начальных мнений агентов;  $a_{ij}$  – коэффициент влияния  $i$ -го агента на мнение  $j$ -го агента;  $A = \|a_{ij}\|$  – матрица влияний (задает множество дуг социально-сетевой модели). Динамика мнений задается правилом

$$(1) \quad x_j^{t+1} = \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i^t, \quad x_j^0 = x_{j0}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Показано, что все члены каждой  $i$ -й сильной подгруппы (невырожденной сильной компоненты сети, входящей в вершинную базу ее конденсации) со временем приходят к единому устойчивому финальному мнению, определяемому формулой

$$(2) \quad x_i^\infty = \sum_{k=1}^{n_i} w_k^{(i)} x_{k0}^{(i)},$$

где  $w_i^k$  – компонента стационарного вектора для цепи Маркова с переходной матрицей  $A_i^T$ ,  $n_i$  – число членов  $i$ -й сильной подгруппы. Финальные мнения остальных агентов, не входящих в сильные подгруппы ("спутников"), вычисляются как

$$(3) \quad x_j^\infty = \sum_{i=1}^r b_{ji} x_i^\infty,$$

где  $b_{ji}$  – вероятность перехода агента  $j$  в сильную подгруппу  $i$  как эргодическое множество состояний цепи Маркова,  $r$  – общее число сильных подгрупп.

Предложен оригинальный алгоритм вычисления финальных мнений агентов. Этот алгоритм и другие методы анализа сети реализованы на языке программирования R и апробированы на тестовых примерах.

Маркетинговая интерпретация модели с учетом управления дана в Таблице 1.

**Таблица 1.** Маркетинговая интерпретация моделей влияния и управления на сетях

Элемент модели	Математический смысл	Маркетинговая интерпретация
Агент	Вершина сети	Сегмент целевой аудитории
Мнение агента	Вещественное число, приписываемое каждой вершине, представляющей агента (меняется со временем)	Месячная (годовая) сумма расходов, которую агент готов платить за покупку товаров данной фирмы, число посещений магазинов (ресторанов, гостиниц и т.д.) этой фирмы, балльная оценка продуктов (услуг) фирмы, сумма вкладов на банковских депозитах
Доверие (влияние)	Наличие дуги от одной вершины к другой: начальная вершина доверяет конечной, конечная влияет на начальную	Сарафанное радио, другие информационные взаимодействия между агентами
Коэффициент доверия (влияния) одного агента к другому	Вещественное число, приписываемое каждой дуге сети	Количественная характеристика доверия
Финальное мнение	Предельное значение мнения, формируемое на бесконечном периоде времени	Устойчивое итоговое значение мнения по истечению длительного периода времени
Сильная подгруппа	Невырожденная сильная компонента сети, входящая в вершинную базу конденсации	Определяет свои финальные мнения и зависящие от них мнения остальных агентов
Спутники	Остальные вершины сети	Финальные мнения полностью определяются сильными подгруппами
Воздействие на начальные или текущие мнения	Аддитивная добавка к вектору начальных или текущих мнений	Комплекс маркетинговых мероприятий
Воздействие на коэффициенты влияния	Аддитивная добавка к матрице влияний (возможны более сложные варианты)	Комплекс маркетинговых мероприятий
Цель управления	Область в пространстве состояний сети	Диапазон желаемых значений мнений сети

### 3. Задачи оптимального управления на сетях в маркетинге

Будем считать, что имеется субъект управления (внешний агент воздействия), способный влиять на целевую аудиторию для изменения ее мнений в нужную для себя сторону. Рассмотрим несколько примеров задач оптимального управления. Предполагается, что на этапе анализа выделены сильные подгруппы и спутники, и воздействие оказывается только на членов сильных подгрупп и соответствующие коэффициенты влияния.

*Пример 1.* Цель воздействия – увеличение финальных мнений членов целевой аудитории. Воздействие в программных стратегиях оказывается на начальные мнения членов сильных подгрупп. При аддитивном воздействии на первых  $m_i$  членов  $i$ -й сильной подгруппы формула (2) принимает вид

$$(4) \quad x_i^\infty = \sum_{j=1}^{m_i} w_j^{(i)} (x_{j0}^{(i)} + u_{j0}^{(i)}) + \sum_{j=m_i+1}^{n_i} w_j^{(i)} x_{j0}^{(i)},$$

где  $u_{j0}^{(i)}$  – воздействие на начальное мнение  $j$ -го члена  $i$ -й сильной подгруппы,  $n_i$  – общая численность  $i$ -й сильной подгруппы. В частности, при  $m_i = 1$  воздействие оказывается только на одного члена  $i$ -й сильной подгруппы, а при  $m_i = n_i$  – на всех ее членов.

Тогда задача управления становится статической задачей оптимизации

$$(5) \quad \sum_{i=1}^r \left[ x_i^\infty - \sum_{j=1}^{m_i} [u_{j0}^{(i)}]^p \right] \rightarrow \max,$$

$$(6) \quad \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} [u_{j0}^{(i)}]^p \leq R, \quad u_{j0}^{(i)} \geq 0, \quad 1 \leq j \leq m_i, \quad i = 1, \dots, r,$$

где  $r$  – общее число сильных подгрупп,  $R$  – маркетинговый бюджет фирмы, максимизирующей целевой функционал (5),  $p$  – параметр функции затрат на управление. Уравнение динамики (1) не требуется, поскольку речь идет о финальных мнениях, вычисляемых по формуле (4).

*Пример 2.* Цель воздействия – максимизация суммы мнений членов целевой аудитории за весь период от  $t=1$  до  $t=T$ . Воздействие в позиционных стратегиях оказывается на текущие мнения членов сильных подгрупп.

Позиционные стратегии будем определять правилом

$$(7) \quad u_j^t(x_j^t) = \begin{cases} u_j^H, & x_j^t < x_j^*, \\ u_j^L, & \text{иначе, } u_j^L < u_j^H. \end{cases}$$

Здесь  $x_j^*$  – экспертно оцениваемое пороговое значение мнения. Если текущее значение  $x_j^t$  меньше порога, то применяется более сильное воздействие  $u_j^H$ , если больше, то менее сильное  $u_j^L$ . Задача оптимального управления имеет вид

$$(8) \quad \sum_{t=1}^T e^{-\rho t} \sum_{i=1}^r \left[ \sum_{j=1}^{m_i} (x_j^t + u_j^t(x_j^t)) + \sum_{j=m_i+1}^{n_i} x_j^t - \sum_{j=1}^{m_i} [u_j^t]^p \right] \rightarrow \max,$$

$$(9) \quad \sum_{t=1}^T e^{-\rho t} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} [u_j^t]^p \leq R, \quad u_j^t \geq 0, \quad 1 \leq j \leq m_i, \quad i = 1, \dots, r,$$

$$(10) \quad x_j^{t+1} = \sum_{k=1}^r \left[ \sum_{i=1}^{m_k} a_{ij} (x_i^{(k)t} + u_i^{(k)t}) + \sum_{i=m_k+1}^{n_k} a_{ij} x_i^{(k)t} \right], \quad x_j^0 = x_{j0}, \quad j = 1, \dots, n,$$

где  $\rho$  – коэффициент дисконтирования,  $t=0, 1, \dots, T$ .

*Пример 3.* Цель воздействия – максимизация суммы мнений членов целевой аудитории за весь период от  $t=1$  до  $t=T$ . Воздействие в программных стратегиях оказывается на коэффициенты влияния. В этом случае нецелесообразно ставить задачу максимизации финальных мнений, поскольку затруднительно проследить их зависимость от коэффициентов влияния. Воздействие на эти коэффициенты описывается правилом

$$(11) \quad a_{ij} := \begin{cases} a_{ij} + u_{ij}, & i - \text{индекс члена сильной подгруппы,} \\ a_{ij}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда задача оптимального управления принимает вид

$$\sum_{t=1}^T e^{-\rho t} \sum_{i=1}^r \left[ \sum_{j=1}^{n_i} x_j^t - \sum_{j=1}^{m_i} [u_{ij}]^p \right] \rightarrow \max ,$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} [u_{ij}]^p \leq R, u_{ij} \geq 0, j = 1, \dots, m_i, i = 1, \dots, r$$

в силу (1), где  $a_{ij}$  вычисляются по формуле (11) при одновременном воздействии.

## 4. Заключение

При решении задач анализа, прогноза и управления мнениями целевой аудитории в маркетинге получены следующие основные результаты:

- проведены обзор и анализ моделей влияния и управления на сетях;
- осуществлены спецификация и интерпретация сетевых моделей влияния и управления для решения задач маркетинга;
- реализованы и апробированы алгоритмы сегментации целевой аудитории и вычисления ее количественных сетевых характеристик;
- разработаны и апробированы алгоритмы решений задачи прогноза мнений целевой аудитории для случаев регулярной сети и сети общего вида;
- построены и исследованы задачи оптимального управления с учетом сетевой структуры, дана их интерпретация применительно к управлению динамикой мнений целевой аудитории;
- предложена методика идентификации моделей влияния и управления в маркетинге.

## Список литературы

1. French J.R. A formal theory of social power // *The Psychological Review*. 1956. No. 63. P. 181-194.
2. Harary F.A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power / *Studies in Social Power*. Michigan: Institute of Sociological Research. 1959. P. 168-182.
3. De Groot M.H. Reaching a Consensus // *Journal of American Statistical Association*. 1974. No. 69. P. 118-121.
4. Friedkin N.E., Johnsen E.C. Social Influence and Opinions // *Journal of Mathematical Sociology*. 1990. No. 15. P. 193-205.
5. Jackson M. *Social and Economic Networks*. Princeton University Press, 2008. 504 p.
6. Morris S. Contagion // *The Review of Economic Studies*. 2000. No. 67 (1). P. 57-78.
7. Nekovee A.M., Moreno, Y., Bianconi G., Marsili M. Theory of rumor spreading in complex social networks // *Physica A*. 2007. No. 374. P. 457-470.
8. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит, 2010. 228 с.
9. Белов М.В., Новиков Д.А. Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования // *Проблемы управления*. 2018. № 1. С. 47-57.
10. Агиева М.Т. Модели управления на социальных сетях в маркетинге // *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 1. <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4670>.
11. Агиева М.Т. Задачи анализа на социальных сетях в маркетинге // *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 2. <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4889>.
12. Agieva M.T., Ougolnitsky G.A. Regional Sustainable Management Problems on Networks // *Proceedings of the International Scientific Conference "Competitive, Sustainable and Secure Development of the Regional Economy: Response to Global Challenges" (CSSDRE 2018)*. Ed. E. Russkova. *Advances in Economics*,

Business and Management Research (AEBMR). Vol. 39. P. 6-9. Atlantis Press, 2018. DOI:10.2991/cssd-18.2018.2.