УДК 519.83 + 330.11

МОДЕЛИ ПРОВЕДЕНИЯ КОНКУРСОВ С УЧЕТОМ СТРАТЕГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ УЧАСТНИКОВ

М.Х. Мальсагов
Ингушский государственный университет
Россия, 386132, Республика Ингушетия, а/о Гамурзиевский, Назрань, ул. Магистральная, 39
E-mail: mmm1956@mail.ru

Г.А. Угольницкий
Южный федеральный университет
Россия, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а
E-mail: gaugolnickiy@sfedu.ru

Ключевые слова: динамические игры, имитационное моделирование, конкурсы, стратегическое поведение активных агентов.

Аннотация: представлены дискретные и непрерывные модели конкурсного распределения ресурсов с учетом стратегического поведения участников конкурса (активных агентов). Исследование соответствующих динамических теоретико-игровых моделей проводится с помощью имитационного моделирования.

1. Введение

Конкурсное распределение ресурсов представляет собой широко распространенный способ экономического управления. Как показывает опыт, практически при любой организации конкурсных процедур все же остается место для стратегического поведения (коррупции) организаторов и участников конкурса. Поэтому моделирование конкурсов с учетом коррупции представляется актуальным.

Пионерской работой по математическому моделированию коррупции считается статья С. Роуз-Аккерман [1]. В работах по математическому моделированию эффективных способов борьбы с коррупцией используется в основном аппарат статических игр в нормальной форме или многошаговых игр. Например, способы организации инспекций в статической постановке изучаются в статьях [2-3].

Существенно меньшее число публикаций посвящено динамическим моделям коррупции, основанным на моделях оптимального управления или дифференциальных играх. Некоторые примеры можно найти в работах [4-13].

Авторская концепция моделирования коррупции изложена в [14]. Дифференциально-игровые модели коррупции при распределении ресурсов описаны авторами в [15].

В настоящей работе приводятся динамические теоретико-игровые постановки задач конкурсного распределения ресурсов при коррупции и результаты аналитических исследований и компьютерной имитации.

2. Модели проведения конкурса

2.1. Модели дискретного распределения ресурса

Как правило, в результате конкурса весь распределяемый ресурс получает единственный победитель. Представим базовую модель в следующем виде. Пусть R - величина распределяемого по конкурсу ресурса; a_i - характеристика производственных возможностей i-го агента (участника конкурса); x - денежное выражение производимого на основе полученного ресурса блага; μ - коэффициент амортизации.

Регламент конкурса:

1) Участники подают заявки $u_1,...,u_n, \quad 0 \le u_i \le 1$ (доли в ожидаемом доходе от реализации проекта в случае победы на конкурсе).

2) Определяется победитель по правилу

$$r_i = \begin{cases} R, u_i = \min\limits_{1\le j\le n} u_j, \\ 0, \textit{иначе}. \end{cases}$$

3) Из уравнения динамики

$$\dot{x} = a_i\sqrt{R} - \mu x(t), x(0) = x_0$$

вычисляется траектория реализации проекта i-м агентом

$$x^{(i)}(t) = \frac{1}{\mu}[a_i\sqrt{R} - (a_i\sqrt{R} - \mu x_0)e^{-\mu t}].$$

4) Вычисляется выигрыш победителя

$$J_i = \int_0^T e^{-\rho t} u_i x^{(i)}(t)dt.$$

5) Агент может определить минимальный уровень дохода A_i, при котором возможно его функционирование. Тогда из условия

$$\forall t \; u_i x^{(i)}(t) \ge A_i$$

получаем

$$u_i^* = \frac{\mu A_i}{a_i\sqrt{R} - (a_i\sqrt{R} - \mu x_0)e^{-\mu t}}.$$

Различая два возможных случая

$$x_0 < a_i\sqrt{R}/\mu \Rightarrow \forall t \; x_0 \le x(t) < a\sqrt{R}/\mu \Rightarrow u_i^* = A_i / x_0$$

и

$$x_0 > a_i\sqrt{R}/\mu \Rightarrow \forall t \; a_i\sqrt{R}/\mu \le x(t) \le x_0 \Rightarrow u_i^* = \frac{\mu A_i}{a_i\sqrt{R}},$$

получаем окончательно

$$u_i^* = \max\left\{\frac{A_i}{x_0}, \frac{\mu A_i}{a_i\sqrt{R}}\right\},$$

что позволяет определить победителя конкурса (возможны и иные постановки).

Теперь рассмотрим стратегическое поведение агентов в следующей модели:

$$J_i = \int_0^T e^{-\rho t}[p_i(r_i - b_i R) + \delta_i u_i x(t)]dt \to \max$$

$$0 \le b_i \le 1, i = 1,...,n;$$
$$\dot{x} = \delta_i a_i \sqrt{(1-b_i)R} - \mu x(t),\ x(0) = x_0;$$
$$\delta_i = \begin{cases} 1, b_i = \max\limits_{1 \le j \le n} b_j, \\ 0, иначе. \end{cases}$$

Ресурс в объеме R получает участник конкурса, предложивший максимальный «откат» b_i. Он реализует проект в соответствии с уравнением динамики и получает долю u_i от результата. Теперь величина u_i рассматривается как параметр модели. Свой заданный ресурс r_i за вычетом отката участник инвестирует с процентной ставкой p_i.

Имеем

$$x^{(i)}(t) = \frac{1}{\mu}[\delta_i a_i \sqrt{(1-b_i)R} - (\delta_i a_i \sqrt{(1-b_i)R} - \mu x_0)e^{-\mu t}].$$

Если фиксировать $\delta_i = 1$, то $b_i^* = 0$, и неясно, как решать эту задачу аналитически. Поэтому используем метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [16]:

– в качестве базового варианта вычислить J_i при $b_i = 0$;

– взять $b_i = 0.1, 0.2, 0.3$ и вычислить значения J_i при различных u_i, считая *i*-го участника победителем конкурса.

2.2. Модели непрерывного распределения ресурса

Предположим теперь, что ресурс может распределяться между участниками конкурса в определенной пропорции. Модель имеет вид

$$J_0 = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left\{ [1 - p(t)] s_0 x(t) + [(1 - p(t)) - Mp(t)] \sum_{i \in N} b_i(t) r_i(t) \right\} dt \to \max$$
$$\sum_{i \in N} r_i(t) = R,\ r_i(t) \ge 0;$$
$$J_i = \int_0^\infty e^{-\rho t} [s_i x(t) - b_i(t) r_i(t)] dt \to \max$$
$$0 \le b_i(t) \le 1,\ i \in N;$$
$$\dot{x} = \sum_{i \in N} a_i \sqrt{[1 - b_i(t)] r_i(t)} - \mu x(t),\ x(0) = x_0;$$
$$\forall t\ x(t) \in X^*.$$

Здесь $x(t)$ – производимый продукт в денежном выражении; $r_i(t)$ – доля ресурса R, выделяемая агенту $i \in N$; $b_i(t)$ - величина «отката» агента Центру (доля от $r_i(t)$); s_i – доли Центра и агентов в распределении $x(t),\ i = 0,1,...,n$; $\sum_{i=0}^{n} s_i \le 1$ (возможен остаток); $p(t)$ – вероятность поимки при взятке, которая может меняться со временем в зависимости от политики государства; $M >> 1$ – штраф при поимке; μ – коэффициент амортизации продукта; $\rho \in [0,1]$ – коэффициент дисконтирования.

При задании функции $r_i(t)$ можно использовать метод пропорционального распределения

$$r_i = \frac{b_i R}{\sum_{j \in N} b_j}$$

либо искать оптимальную стратегию в играх Гермейера Γ_{1t}, Γ_{2t} [17]; как правило, в качестве метода исследования также выступает имитационное моделирование.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-01-00053).

Список литературы

1. Rose-Ackerman S. The Economics of Corruption // Journal of Public Economics. 1975. No. 4. P. 187-203.
2. Васин А.А., Картунова П.А., Уразов А.С. Модели организации государственных инспекций и борьбы с коррупцией // Математическое моделирование. 2010. Т. 22, №4. С. 67-89.
3. Васин А.А., Николаев П.В., Уразов А.С. Механизмы подавления коррупции // Журнал Новой экономической ассоциации. 2011. № 10. С.10-30.
4. Bicchieri C., Rovelli C. Evolution and revolution: The dynamic of corruption // Rationality and Society. 1995. No. 7(2). P. 201-224.
5. Blackburn K., Bose N., Hague M.E. The incidence and persistence of corruption in economic development // J. of Economic Dynamic and Control. 2006. No. 30. P. 2447-2467.
6. Blackburn K., Forgues-Puccio G.F. Financial liberalization, bureaucratic corruption and economic development // J. of International Money and Finance. 2010. No. 29. P. 1321-1339.
7. Blackburn K., Powell J. Corruption, inflation and growth // Econ. Letters. 2011. № 113. P. 225-227.
8. Caulkins J.P., Feichtinger G., Grass D. et al. Leading bureaucracies to the tipping point: An alternative model of multiple stable equilibrium levels of corruption // European J. of Operational Research. 2013. No. 225. P. 541-546.
9. Feichtinger G., Wirl F. On the stability and potential cyclicity of corruption in governments subject to popularity constraints // Mathematical Social Sciences. 1994. No. 28. P. 215-236.
10. Kolokoltsov V.N., Malafeev O.A. Mean-Field-Game of Corruption // Dynamic Games and Applications. 2017. No. 7. P. 34-47.
11. Levin M. I., Satarov G. A. Russian Corruption // The Oxford Handbook of Russian Economy. N.Y.: Oxford University Press, 2013. P. 286-309.
12. Myerson R. Effectiveness of electoral systems for reducing government corruption: a game-theoretic analysis // Game and Economic Behavior. 1993. No. 5. P. 118-132.
13. Nikolaev P.V. Corruption suppression models: the role of inspectors' moral level // Computer Mathematical Modeling. 2014. No. 25 (1). P. 87-102.
14. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Моделирование коррупции в иерархических системах управления. Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2014. 412 с.
15. Мальсагов М.Х., Угольницкий Г.А. Дифференциально-игровые модели коррупции при распределении ресурсов // Инженерный вестник Дона. 2018. №2. http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4984.
16. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. N.Y.: Nova Science Publishers, 2018. P. 63-106.
17. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. М.: Радио и связь, 1991. 288 с.