

ФУНКЦИЯ ОТКЛИКА НА ТОЧЕЧНЫЕ ИНВЕСТИЦИИ И КРИВАЯ ДОХОДНОСТИ КОМПАНИЙ

Е.Е. Серебрянникова

Физический институт им.П.Н. Лебедева РАН

Россия, 119991, Москва, Ленинский пр-кт, 53

E-mail: serebryannikova@pi.ru

Ключевые слова: кривая доходности, прибыль компании, инвестиции, функция отклика, реинвестирование.

Аннотация: В докладе^а предложена методика оценки кривой доходности компании, представляющей собой зависимость доходности инвестиций, произведенных в данную компанию, от времени, на которое эти инвестиции были размещены. Предложена методика оценки данной кривой на основе исторических данных из отчетности компании. Ключевым объектом оценивания в рамках данного подхода является функция отклика прибыли компании на единичные инвестиции. Данная кривая может быть использована в качестве оценки ставок реинвестирования (временной стоимости денег) при проведении оценки инвестиционных проектов компании, в случае, если предполагается, что средства реинвестируются в проекты той же компании.

^аДоклад основан на материалах работы Andrey Lenidov, Nikolay Pilnik, Ilya Tipurin, and Ekaterina Serebryannikova. Investment response function and company's yield curve. *Work in progress*

1. Введение

Оценка и сравнение инвестиционных проектов требует описания методики количественного описания сравнительной ценности денежных потоков, возникающих в разные моменты времени. Очевидно, что одинаковые по величине денежные потоки тем более ценны, чем раньше они возникают. Данное утверждение основано, главным образом, на том факте, что возникшие раньше денежные потоки могут быть реинвестированы и, таким образом, могут принести дополнительную прибыль к некоторому моменту времени в будущем (к горизонту планирования). Величина этой прибыли от реинвестирования и есть количественная характеристика той дополнительной ценности, которая связана с более ранними денежными потоками. Для проведения оценки этой прибыли необходимо оценить доходность от реинвестирования промежуточных денежных потоков (ставку реинвестирования). Стандартным подходом к проведению оценки такого рода является использование модели САРМ [3,4] (о стандартных подходах к оценке инвестпроектов см., например, [1]). Однако область применения модели САРМ крайне ограничена (см., например, обсуждение в [2]), в результате чего

процедура выбора ставки реинвестирования (и, тем самым, ставки дисконтирования) оказывается необоснованной с формальной точки зрения.

В настоящем докладе предложен метод оценки кривой доходности компании (зависимости величины доходности от срочности), которая может быть использована для оценки ставок реинвестирования в случае, если реинвестирование производится в данную компанию. Оценка, производимая в рамках данного подхода, основана на исторических данных, полученных из отчетности компании. Однако, несмотря на то что оценка производится по историческим данным, метод допускает введение поправок, связанных с изменением как внешних условий (уровней цен на продукцию), так и будущей специфики работы компании.

2. Производительность инвестиций компании

Пусть

- $Q(t)$ - объем произведенной компанией продукции в момент времени t
- $\Pi(t)$ - прибыль компании в момент времени t
- $M(t)$ - объем основных фондов в момент времени t
- $I(t)$ - инвестиции в момент времени t
- $P(t)$ - индекс цен в момент времени t

Предположим, что

- производство описывается линейной производственной функцией

$$(1) \quad Q(t) = \hat{a} + \hat{b}M(t),$$

при этом считается, что коэффициент \hat{a} определяет степень влияния всех факторов, кроме основных фондов, то есть для простоты мы пренебрегаем влиянием изменения всех прочих факторов на величину выпуска;

- величина реальных совокупных издержек $\frac{TC(t)}{P(t)}$ складывается из постоянных затрат и переменных, при этом переменные затраты пропорциональны объему выпуска:

$$(2) \quad \frac{TC(t)}{P(t)} = \hat{c}Q(t) + \hat{f};$$

Прибыль компании определяется следующим соотношением:

$$(3) \quad d\Pi = P(t)Q(t)dt - TC(t)dt,$$

откуда следует, что дефлированная прибыль компании линейно зависит от количества основных фондов:

$$\frac{d\Pi}{P(t)} = a + bM(t)dt,$$

где a и b - некоторые постоянные коэффициенты.

Введем функцию амортизации инвестиций $f(t)$, характеризующую объем дополнительных основных фондов в компании, появившихся в результате инвестирования I_0 :

$$(4) \quad M(t) = f(t) \frac{I_0}{P_0}$$

В зависимости от вида, функция $f(t)$ может характеризовать не только процесс износа основных фондов, но и процесс их ввода в эксплуатацию, т.е. сдвиг максимальной эффективности основных фондов с первого периода на некоторый более поздний период.

Пусть π_t - дополнительная прибыль компании за период $(t-1, t)$, возникшая вследствие инвестирования I_0 . Введем коэффициенты производительности инвестиций (a_1, \dots, a_T) следующим образом:

$$(5) \quad \frac{\pi_t}{P_t} = a_t \frac{I_0}{P_0}.$$

Заметим, что из линейности прибыли по количеству основных фондов и определения (4) следует соотношение:

$$(6) \quad \frac{d\pi}{P(t)} = bM(t)dt = bf(t) \frac{I_0}{P_0} dt.$$

В таком случае коэффициенты производительности определяются следующим образом:

$$(7) \quad a_T = b \int_{T-1}^T f(t)dt.$$

Пусть

- $(\frac{\Pi_1}{P_1}, \dots, \frac{\Pi_T}{P_T})$ - исторический ряд дефлированных значений прибыли компании (до выплаты процентов по долгу), представленный в отчетности компании;
- $(\frac{I_1}{P_1}, \dots, \frac{I_T}{P_T})$ - исторические данные о физическом (реальном) объеме инвестиций, осуществленных компанией (вне зависимости от источника инвестиций), представленный в отчетности компании;

Имея такой набор данных теоретически возможно получить непосредственно оценки коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_T . Однако требуемые исторические ряды, как правило, очень короткие, тогда как количество оцениваемых коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_T типично велико, поскольку отклик на инвестиции наблюдается на протяжении длительного периода времени. В связи с этим прямое получение оценок данных коэффициентов оказывается невозможным на практике. Однако можно предположить, что функция $f(t)$ параметризована, то есть величины всех коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_T определяются небольшим количеством параметров.

Предположим, что функция $f(t)$ параметризована, т.е. $f(t) = f(t|\alpha)$, где $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$ - некоторый набор параметров. Тогда коэффициенты a_1, \dots, a_T будут также определяться параметрами α . Значит, справедлива запись:

$$(8) \quad \frac{\Pi_t}{P_t} = \sum_{i=0}^{t-1} a_{t-i}(\alpha) \frac{I_i}{P_i} + \varepsilon_t$$

где $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T$ - ошибки. Численно минимизируя сумму квадратов ошибок, получим набор оптимальных параметров α .

В качестве примера параметризации функции $f(t)$ может быть рассмотрено следующее соотношение:

$$(9) \quad f(t) \sim \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^\alpha},$$

Достоинство такой параметризации в том, что, как видно из рис. 1, при различных соотношениях параметров α и λ кривая может иметь существенно разную форму.

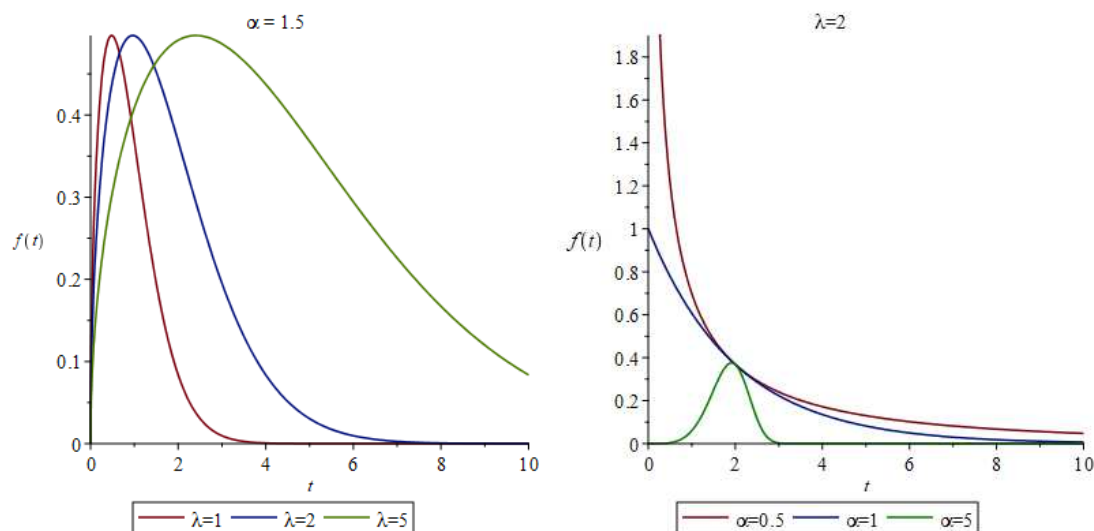


Рис. 1. Вид функции амортизации (9) при различных значениях параметров α и λ

3. Кривая доходности в предположении реинвестирования всей прибыли

Зная оценки (a_1, \dots, a_T) , можно построить кривую доходности $k(t)$ в предположении полного реинвестирования промежуточной прибыли.

$$\begin{aligned}
 \pi_1 &= P_1 a_1 \frac{I_0}{P_0} \\
 (10) \quad \pi_2 &= P_2 \left(\frac{a_2 I_0}{P_0} + a_1 \frac{\pi_1}{P_1} \right) = P_2 \left(\frac{a_2 I_0}{P_0} + \frac{a_1^2 I_0}{P_0} \right) \\
 &\dots \\
 k(t) &= \left(\frac{\pi_t}{I_0} \right)^{\frac{1}{t}} - 1
 \end{aligned}$$

Замечания:

1. При оценке кривой $k(t)$ имеет значение только начальный уровень цен P_0 и конечный – P_t , промежуточная динамика цен на величине доходности не сказывается.
2. Волатильность цен приводит к волатильности доходности $k(t)$. Формулы (10) позволяют явно учесть влияние изменения цен на ставку реинвестирования компании.
3. Кривая доходности $k(t)$ характеризует доходность на совокупный капитал фирмы.

4. Оценка кривой на примере компании Еврохим

Пользуясь методологией, описанной выше, для компании Еврохим была оценена кривая доходностей. Рис. 2 иллюстрирует результаты аппроксимации кривой доходности на совокупный капитал компании Еврохим. Как видно из графика, на горизонте 30 лет в предположении постоянства уровня цен доходность инвестиций компании Еврохим в среднем составляет порядка 7%. Следует отметить, что изменение уровня цен приведет к изменению доходности. Так, например, в предположении постоянного темпа роста цен равного 2%, доходность на горизонте 30 лет будет порядка 9%. При наличии сценария по ценам это изменени может быть учтено.

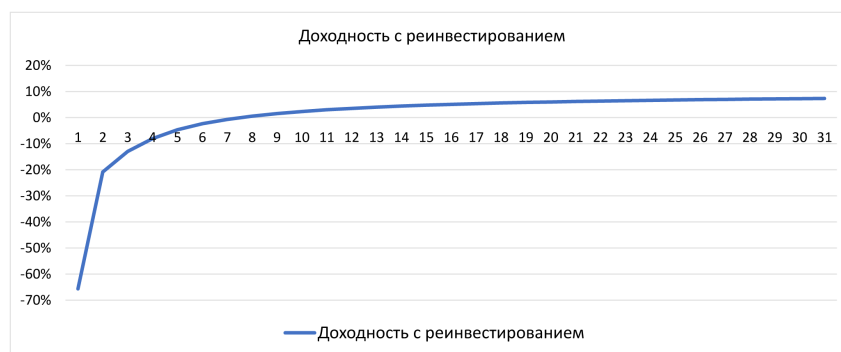


Рис. 2. Кривая доходности на совокупный капитал компании Еврохим в предположении постоянства уровня цен.

Список литературы

1. Brealey R.A., Myers S.C., Allen F., and Mohanty P. Principles of corporate finance. Tata McGraw-Hill Education, 2012.
2. Elton E.J., Gruber M.J., Brown S.J., and Goetzmann W.N.. Modern portfolio theory and investment analysis. John Wiley & Sons, 2009.
3. Lintner J.. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. // Stochastic Optimization Models in Finance. Elsevier, 1975. P. 131-155.
4. Sharpe W.F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. // The journal of finance, 1964. Vol. 19, No. 3. P. 425-442.