

НАБЛЮДАЕМОСТЬ И АВТОНОМНОСТЬ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В.Б. Гусев

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: gusvbr@ipu.ru

Ключевые слова: динамическая система, наблюдаемость, автономность, толерантность, устойчивость национальной экономики.

Аннотация: Рассматриваются аспекты формализации управляемой динамической системы, а также понятий наблюдаемости и автономности модели системы в рамках предложенной формализации. Показана взаимосвязь свойств наблюдаемости и автономности системы. Вводятся понятия слабой наблюдаемости и толерантности системы к внешним условиям, обусловленные неточностью измерений и недетерминированностью состояния внешней среды. Приведены модель продуктивности экономической системы и результаты расчета показателей толерантности экономики применительно к статистическим данным РФ.

1. Введение

Проблема автономного управления развивающимися системами имеет большую значимость для различных объектов хозяйственной деятельности. Так, она актуальна для национальной экономики в ситуации внешнеэкономических санкций, приводящей к локализации производственных процессов; для регионов освоения ископаемых ресурсов или у моногородов, когда ведущая отрасль постепенно сворачивает свою деятельность [1, 2]; при формировании организационных механизмов управления в условиях нестабильности. Рассмотрено определение наблюдаемости для рассматриваемых систем и ее связь с понятием автономности модели развивающейся системы. Приведен пример употребления введенных понятий при анализе проблемы устойчивости национальной экономики.

2. Метамодель управляемой динамической системы

Рассмотрим формализованный подход к анализу рассматриваемого класса систем. Обобщением класса моделей управляемых динамических систем является их метамодель [3].

Под *метамоделью открытой управляемой динамической системы* будем понимать совокупность

$$\langle Y, P, U, X, T, \Omega \rangle,$$

где Y – множество значений динамического вектора состояния системы, P – множество значений вектора параметров системы, U – множество значений векторов управления, X – множество значений вектора состояния внешней среды, T – множество значений параметра модельного времени, Ω – оператор действия системы

$$W \xrightarrow{\Omega} Y.$$

Здесь W – множество условий функционирования – прямое произведение множеств X, P, U

$$W = X \otimes P \otimes U.$$

Если множество условий функционирования W не зависит от множества значений вектора состояния внешней среды X ,

$$W = P \otimes U,$$

то совокупность $\langle Y, P, U, T, \Omega \rangle$ будем называть *метамоделью замкнутой управляемой динамической системы*.

Под вектором состояния системы понимается векторная функция времени $y(t) \in Y$, под вектором параметров – числовой вектор $p \in P$, под вектором управлений – векторная функция времени $u(t) \in U$, под вектором состояния внешней среды – векторная функция времени $x(t) \in X$, $t \in T$.

Множества Y, U, X принадлежат соответствующим нормированным функциональным пространствам; множество P принадлежит многомерному, а множество T – одномерному евклидову пространству.

При фиксированном векторе параметров $\bar{p} \in P$ и векторе состояния внешней среды $\bar{x}(t) \in X$ множество состояний Y сужается до множества $\bar{Y} = Y^\Omega(\bar{x}, \bar{p}, U)$, и таким образом модель становится *замкнутой*.

Если отображение, задаваемое оператором Ω , является однозначным, а вектор состояния внешней среды $x(t)$ и вектор параметров p детерминированы, такую модель будем называть *детерминированной*. Для детерминированной модели множество допустимых состояний $\hat{Y} \subseteq Y$ однозначно определяется множеством условий функционирования W , т. е.

$$\hat{Y} = Y^\Omega(X, P, U)$$

Примерами *недетерминированной* модели служат модель, включающая в себя стохастический вектор состояния внешней среды $x(t)$ или вектор параметров p , модель с неоднозначным оператором Ω .

3. Наблюдаемость и автономность модели

Свойство наблюдаемости оператора Ω на подмножестве допустимых состояний системы $\hat{Y} \subseteq Y$ находится в определенной связи со свойством автономности и может определяться следующим образом. Пусть данному вектору состояния системы y соответствует подмножество состояний внешней среды $X^\Omega(y) \subseteq X$,

$$\forall y \in \hat{Y}, \exists X^\Omega(y), p \in P, u \in U, \forall x \in X^\Omega(y) : y \in Y^\Omega(x, p, u).$$

Имеет место *X-наблюдаемость* модели, если множество состояний внешней среды $X^\Omega(y)$, соответствующее данному вектору состояния системы y , состоит из одного

элемента. Это означает однозначную зависимость состояния системы от состояния внешней среды (*наблюдаемость* в классическом понимании).

Пусть множество *допустимых* состояний внешней среды $\hat{X} \subseteq X$ включает в себя только те состояния, которые определяют допустимые состояния системы:

$$\hat{X} = X^\Omega(\hat{Y}) = \bigcup_{y \in \hat{Y}} X^\Omega(y).$$

Если множество $X^\Omega(y)$ пусто, а \hat{X} не пусто, это означает, что состояние y нереализуемо (недопустимо). В случае, когда любому элементу множества допустимых состояний системы $\hat{Y} \subseteq Y$ соответствует все множество допустимых состояний внешней среды \hat{X} ,

$$\forall y \in \bar{Y} : \bar{X} \subseteq X^\Omega(y),$$

модель системы *автономна* на допустимом множестве \bar{Y} . Таким образом, модель системы автономна, если отсутствует ее X -наблюдаемость. Например, метамодель замкнутой управляемой динамической системы автономна. Кроме того, модель системы автономна, когда множество \bar{X} пусто или состоит из единственного элемента. В последнем случае имеют место одновременно наблюдаемость и автономность. Когда условие автономности нарушается, но найдется собственное подмножество $\bar{\bar{Y}} \subset \bar{Y} \subseteq Y$, на котором выполняется условие автономности, можно говорить о *частичной автономности* модели системы на допустимом множестве \bar{Y} . Аналогично можно говорить о *частичной автономности* на множестве \bar{X} , если найдется собственное подмножество $\bar{\bar{X}} \subset \bar{X} \subseteq X$, на котором выполняется условие автономности.

Модель системы, находящейся в полной изоляции от внешней среды, а также когда условие наблюдаемости выполняется на единственной траектории $x(t)$ внешней среды из \bar{X} для любой векторной функции состояния системы $y(t) \in \bar{Y}$, автономна.

В случае недетерминированной модели системы, понятия наблюдаемости и автономности несут дополнительную смысловую нагрузку. Если состояния внешней среды определены не точно, имеет место *слабая наблюдаемость*. Если состояния внешней среды измеряются посредством неоднозначного оператора измерения $z(x)$, отображающего некоторое подмножество состояний среды X^Z в результат наблюдения z , *слабая наблюдаемость* имеет форму *Z-наблюдаемости*.

При наличии X -наблюдаемости слабая наблюдаемость определяет *слабую автономность* системы, что позволяет говорить о ее *толерантности* к внешним возмущениям. Свойства толерантности системы определяются оператором действия Ω и оператором измерения $z(x)$. Степень толерантности системы зависит от размера множества X^Z , который может характеризоваться параллелепипедом покрытия $\Delta x(z)$.

Для того, чтобы определить степень автономности системы при наличии недетерминированности внешней среды, можно использовать отношения величины интервала изменения внешнего параметра к соответствующему изменению внутреннего параметра системы. Чем больше это отношение, тем более толерантна система к вариации соответствующего параметра внешней среды ли погрешности его измерения.

По i -й компоненте вектора состояния системы y показатели толерантности могут определяться отношением интервалов Δx_j к $\Delta y_i(\Delta x)$ и образуют матрицу Θ

$$\theta_{ij} = \Delta x_j / \Delta y_i.$$

Если оператор измерения $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ взаимно-однозначный, элементы матрицы толерантности Θ определяются как

$$\theta_{ij} = \partial x_i / \partial y_j.$$

Таким образом, числовой характеристикой слабой автономности модели может служить матрица толерантности Θ . Чем больше коэффициенты этой матрицы, тем больше степень автономности модели. Если система автономна (отсутствует \mathbf{X} -наблюдаемость), $\theta_{ij} = \infty$. Малые значения элементов матрицы Θ свидетельствуют о сильной зависимости системы от факторов внешней среды.

4. Результаты расчетов для модели воспроизводства

Рассмотрим модель экономики, имеющей компоненту состояния π - показатель воспроизводства системы (продуктивность) определяемую с помощью оптимизационной задачи [4]. Запишем формулировку этой оптимизационной задачи: найти

$$\max_{V_i} \pi,$$

при условиях

$$V_i(t) \geq \pi \sum_{j=1}^n a_{ij} V_j(t),$$

$$V_i(t) \geq V_i(t-1), i = 1, \dots, n,$$

где a_{ij} – коэффициенты удельных затрат, объемы выпуска благ V_j , образующие вектор выпусков \mathbf{V} .

Будем рассматривать объемы V_j в качестве переменных внешней среды. Очевидно, что такая модель не является автономной, но с точки зрения слабой автономности можно рассмотреть показатели толерантности системы к изменениям объемов V_j .

Для определения границ диапазона бескризисного функционирования экономической системы использовались показатели толерантности экономической системы к вариациям отраслевых показателей (предельные приращения), означающие относительное приращение отраслевого показателя в процентах, при неизменности остальных, дающее 1% приращения показателя воспроизводства ν . В таблице 1 приведены показатели толерантности отраслей при коэффициентах удельных затрат, соответствующих статистическим данным РФ.

Таблица 1. Показатели толерантности по выпускам отраслей.

Отрасль	Толерантность по выпускам, %
Электроэнергетика	22
Нефтегазовая промышленность	22
Угольная промышленность	115
Прочая топливная промышленность	8434
Черная металлургия	34
Цветная металлургия	44
Химическая и нефтехимическая промышленность	17
Машиностроение и металлообработка	9

Отрасль	Толерантность по выпускам, %
Лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная промышленность	38
Промышленность строительных материалов (включая стекольную и фарфорофаянсовую)	82
<i>Легкая промышленность</i>	9
<i>Пищевая промышленность</i>	8
Прочие отрасли промышленности	60
Строительство	46
<i>Сельское и лесное хозяйство</i>	12
<i>Транспорт и связь</i>	11
<i>Торговля, посредническая деятельность и общественное питание</i>	10
Прочие виды деятельности по производству товаров и услуг	110
Здравоохранение, физическая культура и социальное обеспечение, образование, культура	22
Жилищно-коммунальное хозяйство и непроектные виды бытового обслуживания населения	39
Финансы, кредит, страхование, управление, общественные объединения	67
Наука и научное обслуживание, геология и разведка недр, геодезическая и гидрометеорологическая	46
<i>Конечное потребление домашних хозяйств</i>	3

Курсивом здесь выделены отрасли, для которых экономическая система имеет наименьшую толерантность (наибольшую чувствительность) по отношению к приращению выпусков. Эти отрасли дают наибольший вклад в продуктивность экономической системы при увеличении объемов их выпусков, инвестировании, внедрении инноваций.

В условиях внешней нестабильности эти отрасли могут оказать наиболее отрицательное воздействие на динамику экономической системы, поскольку колебания объемов выпуска у них меньше, чем у остальных отраслей демпфируются межотраслевыми связями и входят в наибольшее противоречие с общенациональными интересами.

Потенциал продуктивности экономической системы по статистическим данным определен на уровне $\pi^0 = 29,6\%$, текущая продуктивность – на уровне $\pi = 10,7\%$. Текущее значение показателя отклонения экономической системы от состояния равновесия определено на уровне $\pi / \pi^0 = 0,36$.

5. Заключение

Экономическое развитие России, как и многих стран, имеет циклический характер, при котором периоды роста сменяются кризисными фазами. Каждый такой цикл можно рассматривать как нарушение равновесного режима функционирования хозяйственных процессов, связанное с возникновением факторов, ускоряющих или ограничивающих воспроизводство ресурсов и средств жизнедеятельности [5]. Наряду с периодическими циклами имеют место аperiodические, нерегулярные изменения, иногда носящие катастрофический характер. В 21-м веке ожидается уникальная по историческим масштабам фаза мирового кризиса, связанная с исчерпанием невозобновляемых ресурсов, перенаселением, усилением поляризации государств по их экономическому потенциалу.

В случае быстрого запуска эффективного рынка в России (что само по себе требует жесткого антимонопольного регулирования и поэтому является проблематичным) саморегулирующаяся экономика способна обеспечить рост экономики в пределах срока исчерпания ее невозобновляемых ресурсов.

Для устойчивого функционирования экономики недостаточно действия одних только краткосрочных механизмов саморегулирования. Инновационное развитие, научно-технический прогресс, долгосрочное бескризисное функционирование способны поддерживаться совокупным действием механизмов саморегулирования и управления с долгосрочными обратными связями. Формирование эффективных механизмов саморегулирования, согласованных с долгосрочными управляющими воздействиями, вместо спонтанного должно носить системный и целенаправленный характер. Расчет и прогнозирование оценок параметров равновесных режимов экономики позволяют обоснованно формировать экономические и иные, сопряженные с ними условия устойчивого развития страны [6].

Список литературы

1. Пашенко Ф.Ф., Гусев В.Б., Абдикеев Н.М., Кузнецов Н.В., Павельев В.В., Гринева Н.В. Индикативное планирование и управление устойчивым инновационным развитием региона. М.: Русайнс, 2016. 188 с.
2. Гусев В.Б. Модели систем с автономным управлением. М.: ИПУ РАН, 2014. 284 с.
3. Гусев В.Б. Модели автономного управления в развивающихся системах // Проблемы управления. 2018. №.6. С. 2-17.
4. Гусев В.Б. Моделирование экономических процессов в состоянии динамического равновесия. //Сибирский журнал индустриальной математики. 2004. Т. VII, 3(19). С. 84-94.
5. Проблемы моделирования воспроизводства ВВП России. / В.С. Лисин, В.И. Антипов, В.Б. Гусев и др. – М.: ТЕИС, 2004. 232 с.
6. Гусев В.Б., Ефременко В.Ф., Левинталь А.Б., Павельев В.В., Пашенко Ф.Ф., Дургарян И.С. Индикативное планирование и проведение региональной политики. М.: Финансы и статистика, 2007. 368 с.