УДК 021.8 + 025.1

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА РАСШИРЕНИЯ МОЩНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

В.К. Акинфиев
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: akinf@ipu.ru

Ключевые слова: расширение производства, выбор инвестиций, олигополия.

Аннотация: В докладе представлена количественная модель выбора инвестиций в развитие производственных мощностей компаний на конкурентных олигополистических рынках на основе равновесия Нэша, сформулированная как проблема оптимизации. Рассматривается два типа рынка: рынок с эластичным спросом (рынок Курно) и рынок с неэластичным спросом. В первом случае задача формулируется как совокупность взаимосвязанных квадратичных задач оптимизации. Для ее решения предложен метод сведения исходной задачи к решению смешенной задачи дополнительности (MCP). Во втором случае предложен метод решения задачи, основанный на совместном использовании многоагентного имитационного моделирования и анализа матричных игр. Разработана имитационная модель, которая учитывает взаимосвязь между инвестициями компаний (агентов) и динамикой рынка.

1. Введение

Различным аспектам олигополистического поведения посвящено большое количество как зарубежной, так и российской литературы, включая исследование классических моделей (Курно, Бертран и др.). Как правило, в этих работах анализируются рыночные стратегий компаний, которые состоят в выборе либо объема производства (поставок продукции на рынок), либо в выборе цены поставки продукции. В этих работах мощность производства компании считается заданной и выступает в качестве ограничения на выбор объема производства.

Последние годы появились работы, в которых мощность производства также рассматривается в качестве управляемой переменной задачи. При этом приращение мощности производства, необходимое для производства оптимальных объемов предложения продукции на рынок, определяется выбором инвестиционных стратегий компании [1-3]. Исследуемая в работе задача лежит в русле данного научного направления и развивает методы анализа рыночных стратегий компаний в области инвестиционных решений, направленных на повышение их конкурентных преимуществ (увеличение производственных мощностей и сокращения производственных издержек). Новизной рассматриваемой в работе задачи является также учет в модели особенностей рынка с неэластичным спросом, который характерен для добывающих отраслей промышленности.

2. Постановка задачи

Рассматривается локальный рынок, на котором присутствует *N* компаний ($i = \overline{1, N}$), производящих однородную продукцию. Прогнозный горизонт равен T периодам, $t = \overline{1, T}$. Пусть $D(t)$ – рыночный спрос на продукцию, $P(t)$ – рыночная цена в период *t*, $S(t)$ – суммарное предложение (объем поставок продукции) со стороны компаний-производителей. В работе рассматривается два типа рынка:

Рынок с эластичным спросом (рынок Курно). Рыночная цена продукции описывается линейной обратной функцией спроса $P(t) = a - b \cdot S(t)$. Где a и b являются константами. В данной модели предполагается, что спрос на продукцию со стороны потребителей $D(t)$ линейно зависит от ее рыночной цены, которая определяется предложением продукции со стороны компаний-производителей $S(t)$.

Рынок с неэластичным спросом. Для данного типа рынка характерно, что спрос на продукцию $D(t)$ в краткосрочной перспективе не зависит от изменения ее рыночной цены и задается в модели экзогенно в виде некоторой наперед заданной функции времени $D(t)$ или набора таких функций (сценариев).

Таким свойством обладают рынки сырьевых товаров (нефти, газа, металлургического угля и др.), которые находятся в начале производственной цепочки создания конечного продукта. При этом рыночная цена, которая формируется, как правило, с использованием биржевых механизмов, зависит в каждый период *t* от баланса спроса и предложения.

В отличие от рынка с эластичным спросом в каждый период времени рыночная цена формируется на основе соотношения спроса на продукцию $D(t)$ и суммарного предложения со стороны компаний $S(t)$. Тогда:

$$P(t) = P(0)\left(1 + \gamma\,\frac{D(t) - S(t)}{D(t)}\right) \tag{1}$$

где $P(0)$ – цена на начало прогнозного периода; γ – эластичность цены по величине превышения спроса над предложением. Предполагается, что $D(0) = S(0)$. В случае если $D(t) - S(t) \geq 0$ (возникает дефицит предложения на рынке), то рыночная цена растет, в противном случае – избыток предложения и, соответственно, цена падает.

Искомые переменные: $x_i(t)$ – объем поставок (производство) продукции компанией *i*. Тогда суммарный объем поставок на рынок $S(t) = x_i(t) + x_{-i}(t)$, где $x_{-i}(t)$ – суммарный объем поставок другими компаниями. Производственные издержки компании *i* зависят от объем производства и поставок продукции и равны $c_i(t) \cdot x_i(t)$, где $c_i(t)$ – удельные производственные издержки.

Пусть рыночная цена продукции описывается линейной обратной функцией спроса, а именно: $P(t) = a - b \cdot (x_i(t) + x_{-i}(t))$, где a и b являются константами.

Инвестиционная стратегия: $y_i(t)$ – прирост производственной мощности компании i в период *t*, связанный с инвестициями в расширение производства. Тогда: $I_i(t) = k_i \cdot y_i(t + \tau_i)$ – объем инвестиций в период *t*, необходимый для увеличения мощности производства, где τ_i – временной лаг между периодом инвестирования и периодом прироста мощности производства.

Каждая компания стремиться максимизировать свой суммарный чистый денежный поток за прогнозный период $t = \overline{1, T}$, который равен чистой прибыли, полученной за этот период, за вычетом средств, направленных на инвестиции. Что бы не усложнять формулировку задачи мы не будем учитывать фактор дисконтирования денежного потока. Хотя это легко сделать, добавив в выражение (2) в качестве множителя коэффициент дисконтирования $k_d = \frac{1}{(1+d)^t}$, где d – заданная ставка дисконтирования. Задача выбора искомых переменных стратегического поведения компании *i* сводится к поиску решения следующей задачи оптимизации:

(2) $$\max_{x_i(t), y_i(t)} \sum_{t=1}^{T} (a - b(t)\cdot(x_i(t) + x_{-i}(t))\cdot x_i(t) - c_i(t)\cdot x_i(t) - k_i \cdot y_i(t+\tau_i),$$

(3) $$x_i(t) \le C_i(0) + \sum_{t=1}^{t} y_i(t) \ \ \forall t,$$

(4) $$y_i(t) \le y_i^{\max}(t) \ \ \forall t,$$

(5) $$x_i(t) \ge 0, \ y_i(t) \ge 0 \ \ \forall t,$$

где $C_i(0)$ – мощность производства на начало прогнозного периода. Неравенство (3) задает технологическое ограничение на объем поставки (производства) продукции, а неравенство (4) – на прирост мощности производства. Здесь $y_i^{\max}(t)$ – максимально возможный прирост мощности производства в период *t*. Заметим, что, как правило, $y_i^{\max}(t)$ зависит также и от наличия финансовых ресурсов у компании, которое, в свою очередь, определяется величиной накопленного денежного потока компании к периоду t. При этом должно выполняться следующее условие:

(6) $$y_i(t+\tau) \le \frac{1}{k_i} \sum_{t=1}^{t} (a - b(t)\cdot(x_i(t) + x_{-i}(t))\cdot x_i(t) - c_i(t)\cdot x_i(t) - \sum_{t=1}^{t-1} k_i \cdot y_i(t+\tau_i).$$

Выполнение неравенства (6) гарантирует финансовую реализуемость инвестиционной стратегии компании, то есть все необходимые инвестиции для принятой стратегии расширения производства будут профинансированы компанией из накопленных денежных средств.

3. Методы решения

Совместное решение задач (2)-(6) для всех компаний $i = \overline{1, N}$ сводится к выбору искомых переменных $x_i(t)$ и $y_i(t)$, удовлетворяющих некоторым условиям равновесия. Для поиска рыночного равновесия используется концепция равновесия Нэша. Решение называется равновесным, если ни одна из компаний не может увеличить выигрыш (2), изменив свое решение в одностороннем порядке, не вызвав при этом реакцию других игроков. Проблема поиск равновесных точек Нэша в такой постановке сводится к совместному решению совокупности нелинейных задач оптимизации (2)-(6) которая относиться к классу задач математического программирования с равновесными ограничениями (MPEC)) [4].

Задача (2)-(5) для каждого агента *i* представляет собой квадратичную задачу оптимизации относительно переменных $x_i(t)$ и линейную относительно переменных y_i. Вместо прямого использования целевой функции (2) в данном случае используется метод сведения задачи к смешенной задаче дополнительности (MCP), которая состоит из условий первого порядка для максимизации суммарного денежного потока каждой компании. Любое решение указанной выше задачи оптимизации должно удовлетворять условиям Каруша-Куна-Таккера (ККТ), записанным для каждой переменной. Назовем условия ККТ для переменных $x_i(t)$ краткосрочными, а для переменных y_i долгосрочными. В искомой точке равновесия Нэша все условия ККТ должны выполняться одновременно. В данном случае существование и единственность решения гарантируется благодаря выпуклости целевых функций и ограничений задачи. Таким образом, полученные ККТ-условия необходимы и достаточны для существования решения. Запишем эти условия.

Краткосрочные условия ККТ должны выполняться для всех i,t:

$$0 \le c_i - \left(a - b\cdot(x_i(t) + x_{-i}(t))\right) + \lambda_i(t) \perp x_i(t) \ge 0,$$

$$0 \le C_i\ (0) + y_i - x_i(t) \perp \lambda_i(t) \ge 0.$$

Долгосрочные условия ККТ должны выполняться для всех i:

$$0 \le k_i - \sum_{t\in T} \lambda_i(t) + \theta_i \perp y_i \ge 0,$$

$$0 \le y_i^{\max} - y_i \perp \theta_i \ge 0,$$

где под записью $\perp$ понимается условие дополняющей нежесткости, которое означает, что, по крайней мере, одно из неравенств в каждой строке условий ККТ должно быть выполнено как равенство, $\lambda_i(t)$ и θ_i являются множителями Лагранжа.

Чтобы решить исходную задачу (2)-(5) необходимо объединить все выписанные условия ККТ в одной MCP. Ее численное решение может быть получено, например, с использованием пакета PATH Solver, входящего в систему моделирования GAMS [5]. Алгоритмы решения задач в PATH Solver основаны на обобщении классического метода Ньютона и его модификациях.

Задача расширения производства для рынка с неэластичным спросом содержит существенные нелинейности, и ее решение не удается свести к методам, рассмотренным выше. Предлагается использовать подход к решению задачи, основанный на методологии многоагентного имитационного моделирования. Модели данного типа позволяют описывать динамику систем посредством имитации поведения ее компонентов - агентов. Агенты взаимодействуют между собой, пользуясь ограниченным набором правил, которые определяют их индивидуальное поведение. Глобальное поведение возникает как результат деятельности многих агентов.

Метод решения задачи сводится к совместному использованию при моделировании моделей поведения агентов и модели рынка (рис 1). Модель агента i представляет собой сочетание модели выбора инвестиционных решений в зависимости от прогноза динамики спроса и предложения на рынке и производственно-финансовой модели, которая позволяет оценить финансовые результаты тех или иных вариантов его инвестиционных решений.

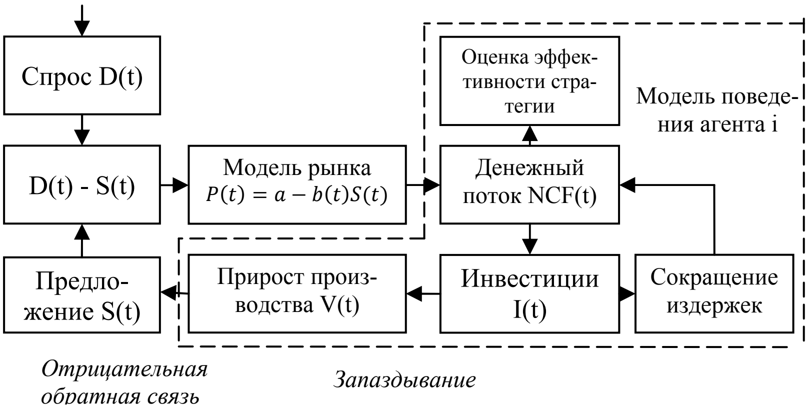

Рис. 1. Схема моделирования.

Предложенный подход успешно использован для решения ряда практических задач, в частности, задачи выбора инвестиционных стратегий металлургических компаний на рынке стального проката, а также задачи анализа стратегического поведения нефтяных компаний на глобальном рынке [6-8].

В докладе рассматриваются результаты практического использования предлагаемого подхода для моделирования конкуренции, анализа и выбора инвестиционных стратегий нефтяных компаний с традиционным и нетрадиционным способом добычи нефти. Приведенные расчеты показывают, что во многих случаях существуют решения исследуемой задачи (равновесные точки Нэша) в чистых стратегиях, анализ которых позволяет сделать ряд интересных для практики выводов. В частности, на основе проведенных расчетов на реальных данных нефтяного рынка дан прогноз динамики нефтяных цен на среднесрочную перспективу.

Список литературы

1. Gabriel S. A., Conejo, A. J., Fuller, J. D., Hobbs, B. F., Ruiz, C. Complementarity Modeling in Energy Markets // International Series in Operations Research & Management Science. New York, USA: Springer, 2012. 630 p.
2. Lorenczika S.T., Malischek R., Trüby J. Modeling Strategic Investment Decisions in Spatial Markets // EWI Working Paper. 2014. No 14. P. 20.
3. Wogrin S., Hobbs B. F., Ralph D., Centeno E., Barquin J. Open versus closed loop capacity equilibria in electricity markets under perfect and oligopolistic competition // Mathematical Programming. 2013. Vol. 140, No. 2. P. 295-322.
4. Luo Z.Q., Pang J.S., Ralph D., Mathematical Programs with Equilibrium Constraints. Cambridge University Press, 1996.
5. Ferris M., Munson T. S. Complementarity Problems in GAMS and the PATH Solver // Journal of Economic Dynamics and Control. 2000. Vol. 24, No. 2. P. 165-188.
6. Акинфиев В.К. Управление развитием интегрированных промышленных компаний: теория и практика. М.: ЛЕНАНД, 2011.
7. Акинфиев В.К. Моделирование инвестиционных стратегий компаний в условиях неопределенности // Управление большими системами. 2016. Вып. 61. С. 136-167.
8. Акинфиев В.К. Модель конкуренции между нефтедобывающими компаниями с традиционным и нетрадиционным способом добычи // Управление большими системами. 2017. Вып. 67. С. 52-80.