

МОДЕЛЬ АСИНХРОННОЙ ПОРОГОВОЙ СИСТЕМЫ

О.П. Кузнецов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: olpkuz@yandex.ru

Ключевые слова: агент, асинхронная пороговая система, потенциал агента, репертуар поведений.

Аннотация: Предложена модель асинхронной пороговой системы – сети из пороговых элементов (агентов), функционирующих в асинхронном времени. Агенты взаимодействуют, генерируя сигналы определенного сорта (цвета) и мощности. Сигнал воспринимается всеми агентами, у которых есть входы того же цвета; действие сигнала может быть возбуждающим или тормозящим. Агент обладает потенциалом, определяющим состояние агента: при потенциале выше некоторого порога агент активен, в противном случае пассивен. Скорость изменения потенциала – это сумма эндогенной скорости, зависящей от типа агента, и экзогенной скорости, зависящей от суммарной мощности сигналов, к которым чувствителен данный агент. Различия в скоростях приводят к асинхронности взаимодействий. Показана зависимость поведения сети (последовательности ее состояний) в автономном режиме от значений параметров сети (весов, порогов и др.). Такая система может интерпретироваться как нейронная система с химическими взаимодействиями, а также как социальная сеть с разными типами информационных обменов.

1. Введение

Предлагаемая модель возникла в результате упрощения имитационной модели химических взаимодействий между нейронами [1]. Упрощенная модель имеет более прозрачный вид и позволяет формулировать и доказывать утверждения о ее свойствах.

2. Формальная модель – основные определения

Определим *асинхронную пороговую систему* $S = \langle N, C, H, T \rangle$, где $N = \{N_1, \dots, N_n\}$ – множество агентов, $C = \{c_1, \dots, c_m\}$ – множество абстрактных цветов, H – множество параметров системы, T – непрерывное время, в котором функционирует система. Агенты могут находиться в одном из двух состояний – активном и пассивном. Моменты изменения состояния любого агента – это *события*, которые являются точками на шкале времени T , разбивающими шкалу на отрезки – такты. Границы тактов нумеруются натуральными числами $0, 1, 2, \dots$ и называются дискретными моментами времени. Такт t – это интервал между моментами t и $t + 1$. Его длительность (разная для разных тактов) обозначается $\tau(t)$.

Активность агента N_i задается величиной $y_i(t) \in \{0, 1\}$; $y_i(t) = 1$ означает, что на такте t агент *активен*; $y_i(t) = 0$ означает, что на такте t агент *пассивен*. Выход агента имеет цвет из множества C . По характеру активности агенты делятся на два типа: *инициативный* и *реактивный*. Инициативный агент пассивен только при достаточно силь-

ных тормозящих воздействиях; в остальное время он активен. Реактивный агент становится активным только при достаточно сильных возбуждающих воздействиях; иначе он пассивен. Активный агент генерирует сигнал, имеющий цвет c_j и мощность d_{ij} .

Агент N_i имеет входы, каждый из которых имеет цвет c_j из множества \mathbf{C} и вес $w_{ij} \in \mathbf{R}$. Разные входы имеют разные цвета. Вес $w_{ij} = 0$ означает, что у агента N_i нет входа цвета c_j ; $w_{ij} > 0$ означает, что сигнал, пришедший на вход цвета c_j , оказывает на агента возбуждающее воздействие, $w_{ij} < 0$ означает тормозное воздействие.

Совокупность цветов, присвоенных входам и выходам агента N_i , а также знаков весов его входов будем называть *разметкой* агента. Цвета однозначно определяют связи между агентами: ориентированная связь от агента N_k к агенту N_i существует, если N_i имеет вход, цвет которого совпадает с цветом выхода N_k . Соответственно, каждая связь тоже имеет цвет. Сигнал цвета c_j распространяется по всем связям этого цвета.

Внешним (наблюдаемым) состоянием системы в момент t называется вектор состояний активности всех агентов системы, т.е. вектор $Y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t))$.

Пространство сигналов характеризуется вектором $X(t) = (x_1(t), \dots, x_m(t))$, где $x_j(t)$ – суммарная мощность сигналов цвета c_j , генерируемых на протяжении такта t и распространяемых по связям этого цвета. Она вычисляется по формуле

$$(1) \quad x_j(t) = \sum_{i=1}^n d_{ij} \cdot y_i(t)$$

Изменение состояния агента N_i определяется значением его *потенциала* $U_i(t)$ – динамической величины, которая изменяется в интервале $U_{i0} \leq U_i(t) \leq U_{imax}$. Агент активен, если величина $U_i(t)$ не меньше порогового значения P_i , которое также находится в интервале $U_{i0} < P_i < U_{imax}$:

$$(2) \quad y_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } U_i(t) \geq P_i; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Внутри такта потенциал изменяется линейно, т.е. с постоянной в пределах такта *суммарной скоростью* $v_i(t)$:

$$(3) \quad v_i(t) = s_i(t) + v_{ien}^\alpha(t),$$

где $s_i(t)$ – *экзогенная скорость*, пропорциональная силе внешних воздействий:

$$(4) \quad s_i(t) = h \cdot \sum_{j=1}^m w_{ij} x_j(t),$$

v_{ien}^α – *эндогенная скорость*, т.е. собственная скорость агента, не зависящая от внешних воздействий; в дальнейшем полагаем $h = 1$.

Каждый агент имеет два значения эндогенной скорости:

$$(5) \quad v_{ien}^\alpha(t) = \begin{cases} v_{ien}^0, & \text{если } U_i(t) < P_i \\ v_{ien}^1, & \text{если } U_i(t) \geq P_i \end{cases}$$

причем для инициативного агента обе скорости положительны, для реактивного агента обе скорости отрицательны и для обоих типов агентов $v_{ien}^0 < v_{ien}^1$.

Параметры, участвующие в определении пороговой системы \mathbf{S} (формулы (1)-(4)), разбиваются на два класса: *статические* (не меняющиеся во времени) и *динамические параметры*. Статические параметры образуют множество \mathbf{H} . К ним относятся границы изменения потенциалов U_{i0} и U_{imax} , величины порогов, веса входов w_{i1}, \dots, w_{im} , мощности сигналов d_{i1}, \dots, d_{im} эндогенные скорости v_{ien}^0 и v_{ien}^1 ; динамические параметры – это величины, меняющиеся со временем: $y_i(t)$, $U_i(t)$, $v_i(t)$ и др.

В дальнейшем считаем, что система $\mathbf{S} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{C}, \mathbf{H}, \mathbf{T} \rangle$ состоит из двух компонент: пороговой сети и ее параметров. Асинхронная пороговая сеть Σ системы \mathbf{S} однозначно определяется множествами \mathbf{N} , \mathbf{C} и разметками агентов; множество параметров \mathbf{H} перечислено выше. Такое разделение позволяет говорить об изменениях параметров без изменения сети. Две пороговые системы, имеющие одну и ту же сеть Σ , но отличающиеся наборами параметров \mathbf{H}_k и \mathbf{H}_l , будем называть конфигурациями сети Σ и обозна-

чать $\Sigma(\mathbf{H}_k)$ и $\Sigma(\mathbf{H}_l)$. В дальнейшем асинхронную пороговую систему будем обозначать аббревиатурой АПС, а автономную пороговую сеть называть просто сетью.

3. Динамика системы и ее вычисление

3.1. Алгоритм функционирования пороговой системы

Алгоритм, моделирующий функционирование АПС, т.е. вычисляющий последовательность ее внешних состояний в моменты времени $0, 1, \dots, t, t+1, \dots$, должен, зная состояние системы в момент t , вычислить ее состояние в момент $t+1$. Однако в асинхронной системе вычислению состояния в момент $t+1$ предшествует вычисление самого момента $t+1$, т.е. длительности $\tau(t)$ такта $[t, t+1)$ и положения момента $t+1$ на шкале непрерывного времени. Это вычисление связано с пересчетом на каждом такте динамических параметров системы.

К введенным ранее динамическим параметрам $y_i(t), x_j(t), U_i(t), s_i(t), v_i(t)$ добавим несколько новых динамических параметров. *Остаточным потенциалом* $\Delta U_i(t)$ в момент t назовем величину, равную «расстоянию» до наступления *ближайшего события*, связанного с агентом N_i . Ближайшее событие для агента определяется *таблицей переходов*, одинаковой для обоих типов агентов; ее общий вид приведен на таблице 1. Знак ∞ означает, что значение потенциала агента N_i в такте t , быть может, меняется, но не достигнет порога; соответственно, значение активности N_i не изменится и ближайшее событие не связано с агентом N_i . Если $v_i(t) = 0$, то $\Delta U_i(t) = \Delta U_i(t-1)$, поэтому этот случай в таблице отсутствует.

Таблица 1. Таблица переходов для агентов.

	$U_i(t)$	Знак $v_i(t)$	Ближайшее событие	$\Delta U_i(t)$
1	$U_i(t) \geq P_i$	+	Движение вверх, активность не меняется, события нет	∞
2	$U_i(t) \geq P_i$	-	$y_i = 0$	$U_i(t) - P_i$
3	$U_i(t) < P_i$	+	$y_i = 1$	$P_i - U_i(t)$
4	$U_i(t) < P_i$	-	Движение вниз, активность не меняется, события нет	∞

Остаточное время $\tau_{ri}(t)$ агента N_i – это время, которое нужно для достижения ближайшего события при текущем потенциале $U_i(t)$ и текущей скорости $v_i(t)$.

$$(6) \quad \tau_{ri}(t) = \begin{cases} \frac{\Delta U_i(t)}{|v_i(t)|}, & \text{если } v_i \neq 0 \text{ и } \Delta U_i(t) \neq \infty \\ \infty & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Последовательность внешних состояний $Y(0), Y(1), Y(2), \dots$, порождаемую АПС в процессе ее функционирования, будем называть *поведением* пороговой системы. В дальнейшем будет рассматриваться автономное поведение системы, т.е. поведение при отсутствии внешних воздействий.

Теорема 1. Автономное поведение АПС однозначно определяется вектором $U(0) = (U_1(0), \dots, U_n(0))$ и множеством статических параметров \mathbf{H} .

Покажем, что для любого t , если заданы $U(t)$ и \mathbf{H} , то существует алгоритм, вычисляющий $Y(t)$ и $U(t+1)$. Этот алгоритм выглядит так:

1. Вектор $Y(t)$ вычисляется по формуле (2).
2. Вектор $X(t)$ вычисляется по формуле (1).

3. Силы воздействия $s_1(t), \dots, s_n(t)$ вычисляются по формуле (4).
4. Суммарные скорости $v_1(t), \dots, v_n(t)$ вычисляются по формулам (3)-(5).
5. Остаточные потенциалы вычисляются по таблице переходов (таблица 1).
6. Остаточные времена вычисляются по формуле (6).
7. Если минимальное остаточное время $\tau_{\min}(t) = \tau_i(t)$, то длина такта t $\tau(t) = \tau_i(t)$; событием является изменение активности агента N_i ; внешнее состояние $Y(t+1)$ отличается от $Y(t)$ значением $y_i(t+1)$.
8. Потенциалы для момента $t+1$ пересчитываются по формуле

$$(7) \quad U_i(t+1) = \begin{cases} U_{i\max}, & \text{если } U_i(t) + \tau(t) \cdot v_i(t) \geq U_{i\max} \\ U_{i0}, & \text{если } U_i(t) + \tau(t) \cdot v_i(t) \leq U_{i0} \\ U_i(t) + \tau(t) \cdot v_i(t) & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$
9. Перейти к п. 1 для $t+1$.

Теорема доказана. В дальнейшем вектор $U(t)$ будем называть *внутренним состоянием* АПС. Таблицу, в которой отражены значения динамических параметров системы в последовательных тактах ее функционирования, назовем *протоколом*.

3.2. Анализ репертуара поведений автономной пороговой сети

Из теоремы 1 видно, что поведение автономной АПС зависит от значений ее параметров. Исследование этой зависимости должно ответить на два типа вопросов:

- какие виды поведений могут генерировать автономные пороговые сети?
- каковы свойства множества поведений, которые может генерировать конкретная автономная сеть (такое множество будем называть *репертуаром сети*)?

Напомним некоторые известные понятия и введем ряд определений.

Бесконечная последовательность a_0, a_1, \dots называется *периодической*, если она имеет вид $a_0, \dots, a_{k-1}, (a_k, \dots, a_{l-1})$, где отрезок a_k, \dots, a_{l-1} повторяется бесконечное число раз. Этот отрезок называется *периодом*, а отрезок a_0, a_1, \dots, a_{k-1} – *предпериодом*. Длиной предпериода является целое число $k \geq 0$, а длиной периода – целое число $l - k \geq 1$.

В любом поведении АПС два соседних вектора $(Y(t), (Y(t+1)))$ отличаются хотя бы в одном разряде, поскольку в момент $t+1$ изменилось состояние хотя бы одного агента. Поэтому для поведений автономной АПС случай $l - k = 1$ соответствует тому, что, начиная с момента k , событий не происходит: потенциалы всех агентов соответствуют строкам 1 или 4 таблицы 2 и последовательность $Y(0), \dots, Y(k)$ становится конечной. Последовательность $Y(0), \dots, Y(k-1), (Y(k), \dots, Y(l-1))$ назовем *периодическим поведением*, если $l - k > 1$, и *стационарным поведением*, если $l - k = 1$. Стационарное поведение конечно; его заключительное состояние $Y(k)$ также будем называть *стационарным*.

Пример. В сети на рис.1 N_1 и N_3 – инициативные агенты, N_2 – реактивный агент. Статические параметры приведены в таблице 2. Квадратиками на концах связей обозначены возбуждающие связи, кружками – тормозящие связи. Агент N_1 генерирует сигнал c_1 (красный), агенты N_2 и N_3 – сигнал c_2 (зеленый). В таблице 3 приведен протокол.

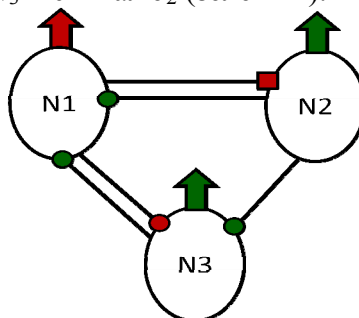


Рис. 1. Пример автономной пороговой системы.

Таблица 2. Параметры системы на рис. 1.

	P_i	$U_{i\max}$	U_{i0}	v_{ien}^0	v_{ien}^1	c_1	c_2	w_{i1}	w_{i2}
N_1	0,6	0,9	0	0,5	0,8	0,7	–	0	–1
N_2	0,6	0,9	0	–0,5	–0,8	–	0,7	2	0
N_3	0,6	0,9	0	0,5	0,8	–	0,7	–1	–1

Таблица 3. Протокол работы системы.

№ t	0	1	2	3
$Y(t)$	101	100	110	
$U_1(t)$	0,9	0,9	0,9	
$U_2(t)$	0	0,3	0,6	
$U_3(t)$	0,9	0,6	0,5	
$\tau(t)$	0,5	0,5	∞	
v_1	0,1	0,8	0,1	
v_2	0,6	0,6	0,9	
v_3	0,6	–0,2	–0,9	

Состояние 110 на такте 2 стационарно, потому что скорости v_1 и v_2 активных агентов N_1 и N_2 положительны (их потенциалы остаются выше порога), а скорость пассивного агента N_3 отрицательна (его потенциал остается ниже порога).

Автономная АПС представляет собой автономный автомат, в котором состояниями служат векторы $U(t)$. Известно [1], что автономный конечный автомат с M состояниями генерирует периодическую последовательность состояний, причем длины периода и предпериода не превосходят M . Для автономной АПС множество состояний (значений потенциалов) бесконечно. Поэтому утверждение о длинах неверно, а вопрос о том, всегда ли автономная АПС генерирует периодическое поведение, остается открытым.

Состояние сети $U(t)$ назовем *естественным*, если для любого инициативного агента N_i $U_i(0) > P_i$, а для любого реактивного агента N_j $U_j(0) < P_i$.

Теорема 2. Для любой автономной асинхронной сети Σ и любого естественного состояния $U(0)$ существует такой набор параметров \mathbf{H} , при котором в конфигурации $\Sigma(\mathbf{H})$ $U(0)$ является стационарным.

Теорема 3. Существуют сети, все поведения которых стационарны.

Таковыми сетями являются ациклические сети (сети, граф которых – ациклический).

4. Заключение

Предложенная модель интерпретируется как нейронная сеть с химическими взаимодействиями [2] и как социальная сеть с разными типами информационных обменов (см., например, [3]).

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты № 17-29-07029, 17-07-00541).

Список литературы

1. Минский М. Вычисления и автоматы. М.: Мир, 1971.
2. Кузнецов О.П., Базенков Н.И., Болдышев Б.А., Жиликова Л.Ю., Куливец С.Г., Чистопольский И.А. Асинхронная дискретная модель химических взаимодействий в простых нейронных системах // Искусственный интеллект и принятие решений. 2018, № 2. С. 3-20. DOI 10.14357/20718594180201.
3. Zhilyakova L., Gubanov D. Double-threshold Model of the Activity Spreading in a Social Network. The Case of Two Types of Opposite Activities // Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies AICT 2017. 2017. Vol. 2. P. 267-270.