

# КОНЕЧНЫЙ АВТОМАТ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ МНОЖЕСТВЕННЫХ СТРУКТУР ИНФОРМИРОВАННОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

**Д.Н. Федянин**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: [dfedyanin@inbox.ru](mailto:dfedyanin@inbox.ru)

**Ключевые слова:** задачи управления, графы, оптимизация, конечные автоматы, эпистемическая логика, множественные структуры информированности, информированность, теория игр.

**Аннотация:** в работе сформулированы проблемы использования для управления информированностью агентов множественные структуры информированности. В том числе обсуждаются задачи управления, в решении которых множественные структуры могут быть использованы, возникающие математические проблемы, методы их решения и несколько конкретных результатов для иллюстрации.

## 1. Введение

Информационное управление традиционно является важной составляющей комплексных задач управления [5]. Задачи военной и других разведок, обеспечение безопасности, дезинформация противника, статистическая обработка информации и проверка гипотез и многие другие. Для успешного осуществления информационного управления важны методы хранения и структурирования информированности – сжатие информации, кластеризация и т.д. Не случайно так много сложностей возникает при анализе неструктурированных или очень больших объектов данных.

Важным случаем информированности является информированность агентов о состоянии внешнего мира, включая в себя и информированность об информированности других агентов [1-3]. Существует много подходов к описанию этой информированности, в том числе логический [7, 8] и основанный на типах агентов. Мы остановимся более подробно на одном из таких подходов, основанном на понятии множественной структуры информированности (МСИ) [5, 6]. Исторически такой подход сформировался под влиянием [4, 12] и исследован в работах [5, 6, 9, 10, 14]. Основной задачей этой работы является связь двух областей – рефлексивного управления и теории конечных автоматов [15] для решения практических задач в области рефлексивного управления. В работе мы обсудим задачи управления, в решении которых множественные структуры могут быть использованы, опишем возникающие математические проблемы, методы их решения.

## 2. Определение МСИ

Перечислим обозначения, важные для описания множественной структуры информированности. Обозначения [5]:

- $N = \{1, \dots, n\}$  – множество реальных участников игры (реальных агентов),
- $\theta$  – множество состояний природы,
- $A_i$  – множество возможных экземпляров  $i$ -го агента,
- $A = A_1 \cup \dots \cup A_n$  – множество всех агентов (реальных и фантомных),
- $\Omega = \Theta \times (A_1 \times \dots \times A_n)$  – множество возможных миров.
- $\eta$  – функция информированности агента, которая каждому агенту  $a \in A$  ставит в соответствие множество миров  $\eta(a) \subset \Omega$ , которые агент считает возможными,
- $\omega^*$  – реальный мир.

В каждом возможном мире  $\omega \in \Omega$  имеет место определенное состояние природы  $\theta \in \Theta$  и определенные экземпляры  $a_i \in A_i$  каждого агента.

**Условие 1 (идентичности агента).** Каждый агент входит во все миры, которые он считает возможными  $\forall i \in N, \forall a_i \in A_i, \forall \omega \in \eta(a_i)$  имеет место  $\omega_i = a_i$ .

Мир  $\omega'$  связан с миром  $\omega^1$ , если существует: конечная последовательность миров  $\omega^1, \dots, \omega^m$ , и конечная последовательность агентов  $a_{i1}, \dots, a_{im}$  такие, что  $\omega^{k+1} \in \eta(a_{ik})$ ,  $k=1, \dots, m-1, \omega' \in \eta(a_{im})$ ,  $a_{im} = \omega_{ik}^k$ ,  $k=1, \dots, m$ .

Агент связан с миром  $\omega'$ , если он входит в мир, связанный с  $\omega'$

**Условие 2 (единства мира).** Каждый агент входит во все миры, которые он считает возможными.

**Определение 1.** Назовем структурой информированности набор  $(\Theta, A_1, \dots, A_n, \Omega, \omega^*, \eta)$ , удовлетворяющий условиям идентичности агента и единства мира.

Назовем структуру информированности правильной, если для любого агента существует хотя бы один мир, который агент считает возможным:  $\forall a_i \in A_i, \eta(a_i) \neq \emptyset$ .

### Пример 1.

- $N = \{1, 2\}$  – множество реальных участников игры (реальных агентов),
- $\theta = \{+(\text{проект\_успешен}), -(\text{проект\_провальный})\}$  – множество состояний природы,
- $A_1 = \{a_1\}, A_2 = \{a_2, a_3\}$  – множество возможных экземпляров  $i$ -го агента,
- $A = A_1 \cup A_2 = \{a_1, a_2, a_3\}$  – множество всех агентов (реальных и фантомных),
- $\Omega = \{(+, a_1, a_2), (+, a_1, a_3), (-, a_1, a_2), (-, a_1, a_3)\}$  – множество возможных миров.
- $\eta(a_1) = \{(+, a_1, a_2), (-, a_1, a_3)\}, \eta(a_2) = \{(+, a_1, a_2)\}, \eta(a_3) = \{(-, a_1, a_3)\},$
- $\omega^* = \{(+, a_1, a_2)\}$  – реальный мир.

Графическое представление примера изображено на рис. 1.

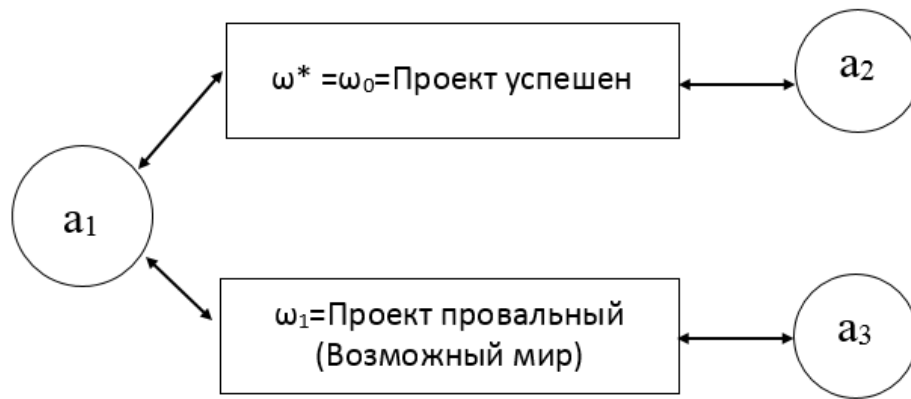


Рис. 1. Множественная структура информированности (МСИ) для примера 1.

### 3. Канонический конечный автомат для МСИ

При конечном множестве агентов  $A$  и состояний природы, можно построить конечный автомат, который будет изменять свое состояние под действием внешних сообщений. Построим один из возможных конечных автоматов для МСИ (КА МСИ)  $A = (Q, V, \varphi)$  с множеством состояний  $Q$ , входным алфавитом  $V$  и диаграммой переходов  $\varphi: Q \times V \rightarrow Q$ . Автомат назовем каноническим для МСИ, если множество состояний автомата совпадает с множеством всех подмножеств множества возможных миров  $Q = 2^{\Omega}$ , входной алфавит совпадает с множеством состояний  $V = Q = 2^{\Omega}$ . Диаграмма переходов  $\varphi(q, v) = q \cap v$ . Такой автомат позволяет по входящей информации о невозможности каких-либо миров скорректировать представления агентов.

Поскольку в нашей системе есть несколько агентов, то их личные МСИ (построенные только на личной информации агентов) вообще говоря могут различаться. И возникает необходимость в описании обмена сообщениями. Естественным вариантом является сообщение всем автоматам, соответствующим другим агентам своего состояния, что является перечнем возможных миров для этого агента, без описания структуры.

Такое взаимодействие может вызывать каскадное поведение системы при некоторых сочетаниях структур информированности агентов. Однако если исходные структуры информированности состоят из одинакового набора миров, то системы этих конечных автоматов будет неизменной в любой момент времени. Чтобы регулировать сходимость системы к неизменному состоянию, рассмотрим некоторую функцию, которая отправляет сообщение, кодирующее (возможно неточно) текущее состояние агента. Такое сообщение естественно рассматривать как действие агента при его текущей информированности (текущем состоянии его канонического конечного автомата для его МСИ). Для полноты системы такая кодировка должна сопровождаться декодировкой пусть даже и тривиальной в канонических конечных автоматах других агентов. Естественным способом являются несколько альтернативы:

1. Частичная универсальная исходящая фильтрация. Каждый агент снабжается подмножеством множества возможных миров, которое будет выполнять роль фильтра – сообщение, передаваемое другим агентам, будет пересечением этого фильтра и состоянием агента. Другими словами, не будут передаваться в качестве сообщения те состояния, которые имеются отсутствуют в фильтре. Декодирование в этом случае может быть тривиальным: получаемое сообщение не требует дополнительной декодировки.

2. Частичная универсальная входящая фильтрация. Каждый агент снабжается подмножеством множества возможных миров, которое будет выполнять роль фильтра – сообщение, получаемое другим агентом, будет пересечением этого фильтра и состоянием агента. Другими словами, не будут приниматься в качестве сообщения те состояния, которые имеются отсутствовать в фильтре, все остальные сообщения будут приниматься. Кодировка в этом случае не требуется – можно передавать именно свое состояние.
3. Полная универсальная входящая/исходящая фильтрация – сообщение заменяется на пустое, если сообщение содержит хотя бы один мир, отсутствующий в фильтре.
4. Ограниченная (полная, частичная) (исходящая/входящая) фильтрация возникает, если агент имеет для каждого другого агента в общем случае различный фильтр.

Однако в этой модели переходы между состояниями могут происходить только при наличии входных сообщений, при сообщении  $\emptyset$  переходов не происходит. Дополним автомат правилом переходов при нулевом входящем сообщении  $\emptyset$ . Такое правило будет задавать по сути рефлексию первого рода для самой системы. Канонические конечные автоматы для МСИ, дополненные переходами между состояниями при сообщении  $\emptyset$  назовем расширенными каноническими автоматами для МСИ.

Одними из естественных вариантов правил перехода при пустом входящем сообщении являются

1. «Полное знание мира» – если какого-то реального агента возможный мир только один, то этот агент посылает всем специальное сообщение об этом.
2. «Пороговая активация» – если во всех возможных для агента мирах верна какая-то заранее заданная информация, то агент посылает специальное сообщение об этом. Это совпадает с полной универсальной исходящей фильтрацией.

В более общем случае можно ввести, как это сделано в [3] функцию видимости  $w_i = w_i(\theta, x_1, \dots, x_n)$ . Которая действует так: если в мире, в который входит агент  $a_j \in A_i$ , имеет место состояние природы  $\theta$  и агенты выбрали действия  $(x_1, \dots, x_n)$ , то агент наблюдает значение  $w_j \in W_i$ , где  $W_i$  множество возможных наблюдений агента. Причем действия можно трактовать как решения некоторой рефлексивной игры  $\Gamma_i = \{N, (X_i)_{i \in N}, f_i(\cdot)_{i \in N}, I\}$ , где  $N$  множество агентов,  $X_i$  допустимые действия агента  $i$ ,  $f_i(\cdot): \Theta \times X' \rightarrow \mathfrak{R}^1$  его целевая функция ( $i \in N$ );  $\Theta$  множество возможных состояний мира и  $I$  информированность агентов.

## 4. Задачи и проблемы управления

Ожидается, что построенный выше КА СМИ позволяет решать задачи синтеза информационного управления методами конечных автоматов. В том числе, получать верхние и нижние оценки для метода ветвей и границ, использовать жадные эвристические алгоритмы. Опишем кратко известные задачи и решения [1-3, 5, 6, 9, 10, 11, 14].

1. Задача идентификации
  - a. МСИ. По заданному обмену сообщениями восстановить (хотя бы частично) МСИ каждого агента.
  - b. Сообщений. По известной начальной МСИ и наблюдаемой динамике восстановить начальное сообщение и/или другие сообщения
2. Задача моделирования

- a. Разработать программный комплекс, позволяющий предсказывать поведение канонического конечного автомата при заданных начальных МСИ и потока сообщений.
- 3. Задача описания свойств ККА МСИ
- 4. Задача построения оптимального управления
  - a. По заданным МСИ подобрать такие внешние сообщения, чтобы достичь заданного состояния ККА МСУ.
  - b. По заранее известным сообщениям подобрать такие МСИ, что все автоматы достигли заданных состояний
  - c. Подобрать такие МСИ и сообщения, чтобы все автоматы достигли заданных состояний.

На сегодняшний день некоторые решения уже получены [7] для МСИ, возникающей как обобщение задачи о трех мудрецах [9]. Сама эта задача широко известна в мире и используется для обучения студентов логических направлений ВУЗов как пример динамического изменения структуры информированности и семантике Крипке, которая в свою очередь является подмножеством модальных логик. Обобщение этой задачи довольно практично и описывает поведение независимых агентов в условиях неопределенности и ограничений на передачу между собой информации [7].

Проблемы решения этих задач заключаются в большом размере конечного автомата и чрезвычайной трудоемкости решения задач оптимизации перебором – оценка дает рост  $O(\text{EXP}(n^2 + \text{EXP}(n)))$ , что соответствует двойному экспоненциальному росту [7]. Тем не менее для 3 и 4 агентов в специальных случаях можно все перебрать, и на основе наблюдаемых сформулировать и доказать теоремы о свойствах динамики конечного автомата для произвольного количества агентов.

## 5. Заключение

Основной задачей этой работы была связь двух областей – рефлексивного управления и теории конечных автоматов для решения практических задач в области рефлексивного управления. Был предложен канонический вариант конечного автомата, который был бы простым и вместе с тем отражал бы свойства достаточно богатых МСИ для важных практических задач. В работе были описаны задачи управления, в решении которых множественные структуры могут быть использованы, опишем возникающие математические проблемы, методы их решения.

## Список литературы

1. Бабичев А.В. Распознавание структур данных // Труды VI Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '07. Москва, 29 января - 1 февраля 2007 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2007. С. 725-754.
2. Васильев С.Н., Галяев А.А. Logical-Optimization Approach to Pursuit Problems for a Group of Targets // Doklady Mathematics. 2017. Vol. 95, No. 3. P. 299-304.
3. Васильев С.Н., Локтев М.А., Толоч А.В., Толоч Н.Б. К планированию маршрутов в 3D-среде с многовариантной моделью // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 2(45). С. 5-25.
4. Лефевр В.А. Конфликтующие структуры / Издание второе, переработанное и дополненное. М.: Советское радио, 1973.
5. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексия и управление: математические модели. М.: Издательство физико-математической литературы, 2012. 412 с.
6. Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры: трансформация структур информированности // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 43-48.

7. Baltag A., Moss L. S., Solecki S. The logic of public announcements, common knowledge, and private suspicions // *Readings in Formal Epistemology*. Springer, 2016. P. 773-812.
8. Fagin R., Moses Y., Halpern J. Y., Vardi M.Y. *Reasoning About Knowledge*. MIT Press, 2003. 517 p.
9. Fedyanin D.N. Threshold and Network generalizations of Muddy Faces Puzzle / *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017, Moscow)*. M., 2017. Vol. 1. P. 256-260.
10. Fedyanin D.N. Model of Management of Artificial Social Network with Large Amount of Reflective Agents / *Proceedings of the 11th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD)*. Moscow, Russia, 2018. <https://ieeexplore.ieee.org/document/8551944/references#references>.
11. Ghallab M., Nau D.S., Traverso P. *Automated Planning: Theory and Practice*. Morgan Kaufmann, 2004. 635 p.
12. Hintikka J. *The Logic of Epistemology and the Epistemology of Logic*. ISBN 0-7923-0040-8
13. Lee J.D., See K.A. Trust in automation: Designing for appropriate reliance // *Human factors*. 2004. Vol. 46, No. 1. 2004. P. 50-80.
14. Novikov D., Chkhartishvili, A. *Reflexion & Control: Mathematical models* / *Series: Communications in Cybernetics, Systems Science and Engineering (Book 5)*. CRC Press, 2014. 298 p.
15. Thatcher J.W., Wright J.B. Generalized finite automata theory with an application to a decision problem of second-order logic // *Math. Syst. Theory*. 1968. Vol. 2, No. 1. P. 57-81.