

# КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ С НЕСКОЛЬКИХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ КАЛМАНОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ В ИЗМЕРЕНИЯХ

**В.М. Понятский**

*Тульский государственный университет*  
Россия, 300012, Тула, просп. Ленина, 92  
E-mail: [granat@home.tula.net](mailto:granat@home.tula.net)

**Б.В. Зенов**

*Тульский государственный университет*  
Россия, 300012, Тула, просп. Ленина, 92  
E-mail: [zbv89@mail.ru](mailto:zbv89@mail.ru)

**Ключевые слова:** фильтр Калмана, комплексирование, систематическая ошибка измерений, оценивание, вектор состояния, коррекция, вектор управления, датчик, система.

**Аннотация:** Рассматривается возможность оценивания состояния процесса на основе данных измерений нескольких датчиков при наличии систематической ошибки измерений, не поддающейся предварительной оценке и учету. Проводится анализ существующих подходов к комплексированию информации, использующих фильтрацию Калмана. Предложено проводить оценивание состояния процесса с отдельной коррекцией по показаниям отдельных датчиков. Компенсация систематической ошибки реализуется в процедуре предсказания, используя измерения с систематической ошибкой в качестве внешнего управляющего сигнала.

## 1. Введение

В современных информационно-измерительных системах, использующих несколько датчиков для получения информации о параметрах объекта или процесса, центральным является вопрос выбора способа объединения полученных данных. Традиционно применяемым алгоритмом оценивания параметров процесса на основе зашумленных данных измерений является фильтр Калмана, позволяющий получить несмещенную оценку с минимальной дисперсией при условии априорного знания характеристик шумов, присущих измерителю и самому процессу. Однако в ряде случаев в показаниях датчиков могут присутствовать помимо шумов систематические ошибки измерений, величина которых зачастую не может быть оценена и учтена заранее. В [1,2] предложено в этом случае измерения с систематической ошибкой использовать в процедуре предсказания фильтра Калмана в качестве внешнего воздействия.

Известно несколько подходов к объединению показаний с различных измерителей. Согласно одному из них [3], для каждого из измерителей используется отдельный фильтр, вырабатывающий свои оценки вектора состояния и ковариационной матрицы. Получается итоговая оценка, оптимальная в смысле минимизации ее дисперсии, с учетом коррелированности оценок каждого фильтра. Этот подход получил устоявшееся название «объединение векторов состояния» (state vector fusion).

Другой подход предполагает использование одного фильтра Калмана независимо от числа измерителей и представляет собой «объединение измерений» (measurement fusion). При этом объединение показаний выполняется до начала процесса фильтрации и может сопровождаться комплексированием по критерию минимума среднеквадратической ошибки, как в [4].

В [5] предлагается выполнять комплексирование во время фильтрации, включив блок объединения в контур фильтра. Оценки состояния процесса вычисляются отдельно по показаниям отдельных датчиков с формированием множества векторов состояния, а предсказание выполняется по объединенной оценке вектора.

Последний подход наиболее удобен с точки зрения введения в него внешнего управляющего воздействия и может быть использован при компенсации систематической ошибки в показаниях.

В настоящей работе рассматривается возможность компенсации систематической ошибки при комплексировании измерений, базирующейся на отдельной коррекции вектора состояния процесса по показаниям отдельных измерителей и использованием измерений с систематической ошибкой как внешнего управляющего воздействия.

## 2. Учет систематической ошибки при объединении информации с датчиков

Дискретный алгоритм оценивания состояния объекта управления в рамках методов фильтрации Калмана имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_o(n | n - 1) &= \mathbf{\Phi}(n)\mathbf{x}_o(n - 1) + \mathbf{V}(n)U(n), \\ \mathbf{x}_o(n) &= \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_i(n)\mathbf{x}_{io}(n), \\ \mathbf{x}_{io}(n) &= \mathbf{x}_o(n | n - 1) + \mathbf{K}_i(n)\{\mathbf{z}_i(n) - \mathbf{H}_i(n)\mathbf{x}_o(n | n - 1)\}, \\ \mathbf{K}_i(n) &= S_i \mathbf{P}(n | n - 1) \mathbf{H}_i^T \{\mathbf{H}_i(n) \mathbf{P}(n | n - 1) \mathbf{H}_i^T(n) + \mathbf{V}_{vi}(n)\}^{-1}, \\ \mathbf{P}(n | n - 1) &= \mathbf{G}(n) \mathbf{V}_w(n) \mathbf{G}^T(n) + \mathbf{\Phi}(n) \mathbf{P}(n - 1) \mathbf{\Phi}^T(n), \\ \mathbf{P}(n) &= \mathbf{P}(n | n - 1) - \sum_{i=1}^N \mathbf{K}_i(n) \mathbf{H}_i(n) \mathbf{P}(n | n - 1), \\ \mathbf{x}_{ko}(n) &= \Xi(\mathbf{x}_o(n), U(n)), \end{aligned}$$

где  $\mathbf{z}_i(n)$  – вектор наблюдений;  $\mathbf{z}_o(n) = \mathbf{H}_i(n)\mathbf{x}_o(n | n - 1)$  – вектор оценок наблюдений;  $\mathbf{x}_o(n)$  – оценка вектора состояния наблюдаемого объекта или процесса;  $\mathbf{x}_{ko}(n)$  – оценка скорректированного вектора состояния наблюдаемого объекта или процесса;  $\mathbf{x}_o(n | n - 1)$  – оценка вектора прогнозирования состояния наблюдаемого объекта или процесса;  $\mathbf{\Phi}(n)$  – матрица упреждения;  $\mathbf{H}_i(n)$  – матрица наблюдения;  $\mathbf{K}_i(n)$  – матрица коэффициентов;  $\mathbf{P}(n + 1 | n)$  – дисперсионная матрица предсказания вектора состояния

наблюдаемого объекта или процесса;  $\mathbf{P}(n)$  – дисперсионная матрица оценки вектора состояния наблюдаемого объекта или процесса;  $\mathbf{V}_{vi}(n)$  – матрица интенсивности шумов;  $\mathbf{V}_w(n)$  – матрица интенсивности полезного сигнала;  $\mathbf{U}(n)$  – вектор управления;  $\mathbf{B}(n)$  – матрица коэффициентов управления;  $\mathbf{C}_i(n)$  – вектор весовых коэффициентов;  $\Xi(\mathbf{x}_o(n), \mathbf{U}(n))$  – процедура коррекции оценок фильтра Калмана,  $S_i(n)$  – признак типа измерителя или отсутствия измерений  $S_i(n) = 0$ ;  $N$  – количество измерителей.

На рис. 1 показана схема комплексирования сигналов  $N$  измерителей, включающая процедуры предсказания, объединения и коррекции, позволяющие получить на выходе оценку состояния процесса при наличии систематической ошибки в измерениях.

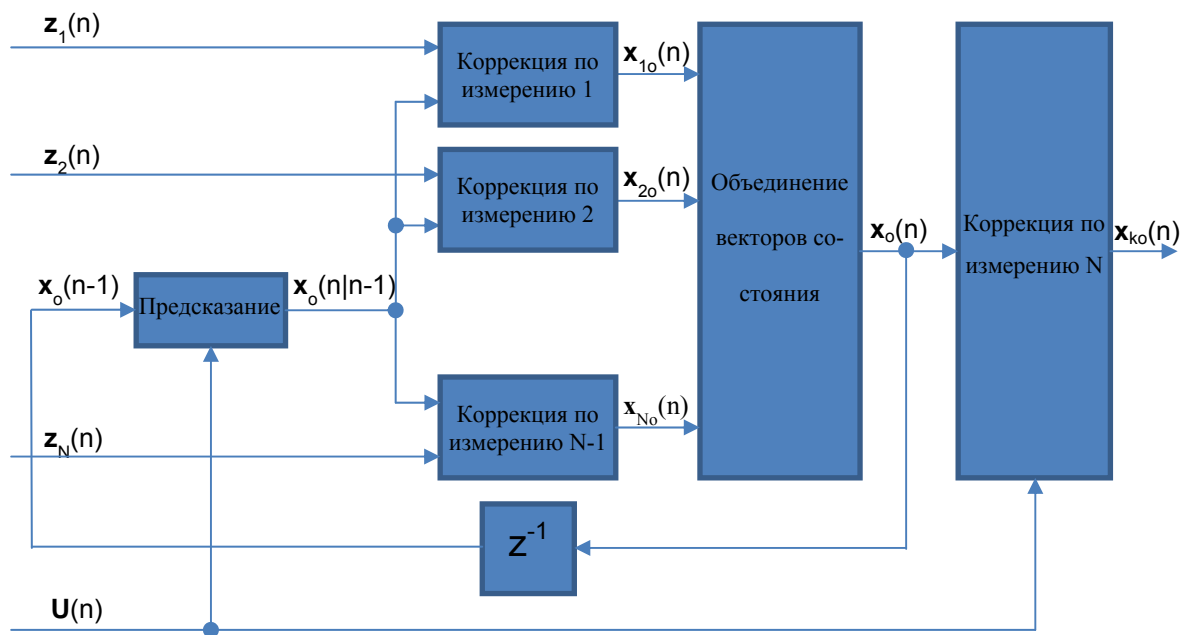


Рис. 1. Схема фильтра Калмана с компенсацией систематической ошибки измерений.

Непрерывный алгоритм фильтрации Калмана имеет вид [7]:

$$\mathbf{x}_o = \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_i(t) \mathbf{x}_{io}(t);$$

$$\frac{d\mathbf{x}_{oi}}{dt} = \mathbf{\Phi}(t) \mathbf{x}_o(t) + \mathbf{B}(t) \mathbf{U}(t) + \mathbf{K}_i(t) (\mathbf{z}_i(t) - \mathbf{H}(t) \mathbf{x}_o(t));$$

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{V}_w(t) + \mathbf{\Phi}(t) \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{\Phi}^T(t) - \sum_{i=1}^N \mathbf{P}(t) \mathbf{H}^T(t) \mathbf{V}_{vi}^{-1}(t) \mathbf{H}(t) \mathbf{P}(t);$$

$$\mathbf{x}_{ko}(t) = \Xi(\mathbf{x}_o(t), \mathbf{U}(t)).$$

### 3. Результаты исследования

Рассмотрим систему, в которой совокупность датчиков служит для определения ориентации твердого тела, состоящая из датчиков угловых скоростей и акселерометров. Первые выдают достаточно точные показания на коротких промежутках времени, но обладают долгосрочной нестабильностью, выражающейся в появлении низкочастотно-

го дрейфа, вызывающего со временем накопление ошибки. Акселерометры, напротив, выдают несмещенные, но сильно зашумленные в высокочастотной области показания. Выработка оценки состояния объекта на выходе фильтра возможна в рамках двух различных подходов [6]. Первый подход заключается в организации двухканального фильтра, предполагающего коррекцию оценки параметров процесса с помощью взвешенной суммы двух инноваций, соответствующих каждая одному из имеющихся типов датчиков:

$$\frac{dx_o}{dt} = \Phi(t)x_o(t) + \sum_{i=1}^2 K_i(t)(z_i(t) - H_i(t)x_o(t)),$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = V_w(t) + \Phi(t)P(t) + P(t)\Phi^T(t) - \sum_{i=1}^2 P(t)H_i^T(t)V_{vi}^{-1}(t)H_i(t)P(t).$$

Второй подход базируется на использовании данных датчика с систематической ошибкой при предсказании, т.е. в качестве вектора внешнего воздействия (управления)  $U(t)$ , влияющего на оценку состояния процесса, и последующей корректировке ее с помощью измерений, полученных с другого датчика (одноканальный фильтр):

$$\frac{dx_o}{dt} = \Phi(t)x_o(t) + B(t)z_2(t) + K_1(t)(z_1(t) - H_1(t)x_o(t)),$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = V_w(t) + \Phi(t)P(t) + P(t)\Phi^T(t) - P(t)H_1^T(t)V_{v1}^{-1}(t)H_1(t)P(t).$$

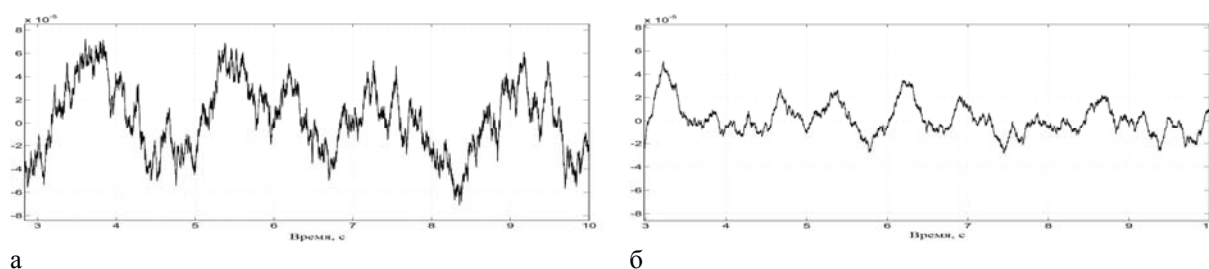
Сравнительный анализ описанных подходов проводится на примере оценки регулярного гармонического воздействия на систему, содержащую два измерителя. Для двухканального фильтра соответствующие матрицы выглядят следующим образом:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_1 = [1 \quad 0], \quad H_2 = [0 \quad 1], \quad K_1 = \begin{bmatrix} k_1^1 \\ k_2^1 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} k_1^2 \\ k_2^2 \end{bmatrix}.$$

Для одноканального фильтра при учете измерений угловой скорости в виде управляющего воздействия:

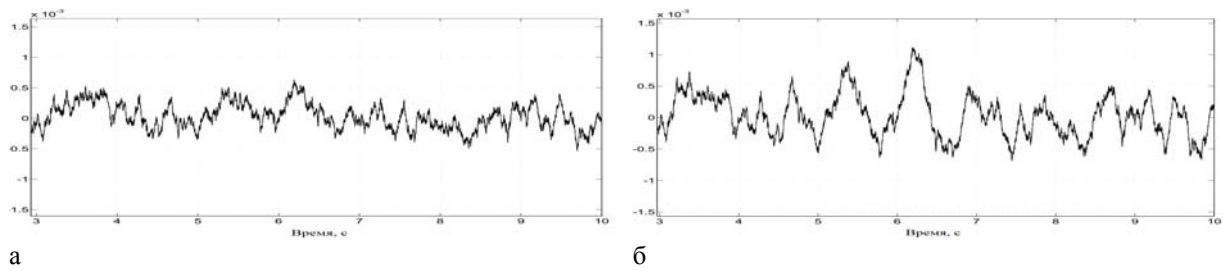
$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_1 = [1 \quad 0], \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad K_1 = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}.$$

Результаты работы фильтров при небольших амплитудах шумов измерений представлены на рис. 2. Как видно из графиков, двухканальный вариант фильтра имеет в установившемся режиме большую ошибку оценивания, чем одноканальный.



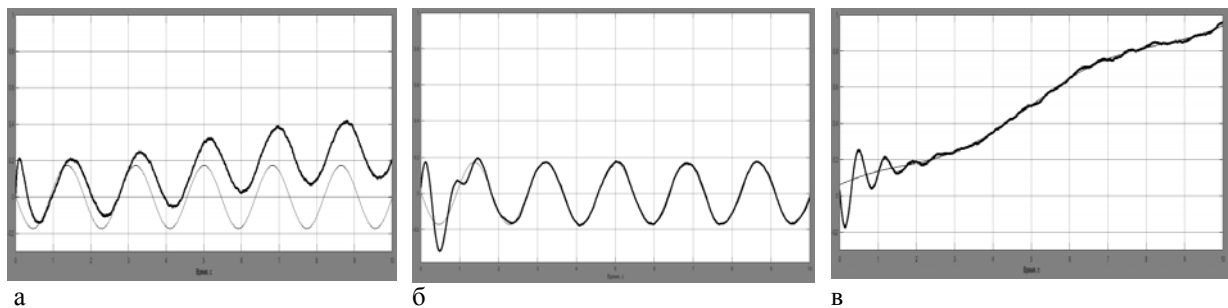
**Рис. 2.** Ошибки оценки угла на выходе: а - двухканального фильтра; б - одноканального фильтра.

В случае присутствия в системе сильношумящих датчиков использование двухканального варианта фильтрации становится более предпочтительным, что хорошо иллюстрируется рис. 3.



**Рис. 3.** Ошибки оценки угла на выходе: а - двухканального фильтра; б - одноканального фильтра.

При появлении в данных одного из измерителей систематической ошибки одноканальный вариант фильтрации показывает лучшие результаты по сравнению с двухканальным фильтром. На рис. 4а приведены оценка угловой скорости на выходе двухканального фильтра, на рис. 4б и 4в приведены оценки угловой скорости и систематической ошибки измерений на выходе одноканального фильтра.



**Рис. 4.** Результаты оценки: а – угловой скорости на выходе двухканального фильтра; б – угловой скорости на выходе одноканального фильтра; в – систематической ошибки измерений на выходе одноканального фильтра.

Результаты показывают, что в одноканальном фильтре систематическая ошибка после окончания переходного процесса выделяется с достаточной степенью точности, что позволяет использовать ее для коррекции вектора состояний.

## 4. Заключение

Таким образом, получение несмещенной оценки состояния процесса на основе данных измерений возможно при отдельной коррекции вектора состояния по данным датчиков и введения в процедуру предсказания через внешнее воздействие результатов измерений содержащих систематическую ошибку.

## Список литературы

1. <http://blog.tkjelectronics.dk/2012/09/a-practical-approach-to-kalman-filter-and-how-to-implement-it>.
2. Шпекторов А.Г., Фам В.Т. Анализ применения микромеханических измерительных систем для задач управления морскими подвижными объектами // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2017. № 5. С. 16-20.
3. Bar-Shalom Y., Campo L. The effect of the common process noise on the two-sensor fused-track covariance // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1986. Vol. 22, No. 11. P. 803-805.

4. Roecker J.A., McGillem C.D. Comparison of two-sensor tracking methods based on state vector fusion and measurement fusion // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1988. Vol. 24, No. 4. P. 447-449.
5. Gao J.B., Harris C.J. Some remarks on Kalman Filters for the multisensory fusion // Information Fusion. 2002. No. 3. P. 191-201.
6. Понятский В.М. Повышение качества обработки информации, поступающей с нескольких видеосенсоров, в задачах управления // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. Т. 12. № 4. С. 165-172.
7. Понятский В.М., Зенов Б.В. Применение фильтра Калмана для задач управления подвижными объектами // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. Т. 14. № 3. С. 625-630.
8. Сейдж Э., Мелса Дж. Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. 496 с.