УДК 629.735: 51.74

ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ СМЕШАННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Г.С. Вересников
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: veresnikov@mail.ru

Л.А. Панкова
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: ludmila_pankova@bk.ru

В.А. Пронина
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: valeria.pronina@gmail.com

И.Г. Башкиров
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского
Россия, 140180, Россия, г. Жуковский, Жуковского ул., 1
E-mail: aerobig@mail.ru

О.В. Огородников
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского
Россия, 140180, Россия, г. Жуковский, Жуковского ул., 1
E-mail: lapom_13@mail.ru

Ключевые слова: оптимальное проектирование, алеаторная неопределенность, эпистемическая неопределенность, неопределенно-случайная величина, расчет весовых параметров летательного аппарата.

Аннотация: В статье предлагается модель оптимизационной задачи с ограничениями в условиях параметрической смешанной неопределенности – алеаторной и эпистемической. Данная модель применяется, когда детерминированные значения параметров неизвестны и использование моделей, предназначенных для вычислений с точными значениями, может привести к неэффективным или недопустимым решениям. Параметры с эпистемической неопределенностью моделируются неопределенными величинами, введенными в теории неопределенности. Функция от случайных и неопределенных параметров моделируется неопределенно-случайной величиной, интерпретируемой как эпистемическая величина, параметризованная случайными величинами. С использованием предложенной модели формализуется и решается задача предварительного аэродинамического проектирования в условиях параметрической смешанной неопределенности – расчет весовых параметров пассажирского летательного аппарата.

1. Введение

При проектировании летательных аппаратов (ЛА), особенно на ранних стадиях, оптимизационные задачи обычно решаются в условиях параметрической смешанной неопределенности, когда целевые (выходные) функции содержат параметры как с алеаторной (объективной), так и с эпистемической (субъективной) неопределенностью.

Известны два подхода к моделированию величин со смешанной неопределенностью, основанные на разных интерпретациях этих величин [1-3]. Пусть $f(\bar{\xi}, \bar{\omega})$ − функция от эпистемических величин $\bar{\xi}$ и случайных величин $\bar{\omega}$, т.е. величина со смешанной неопределенностью. Первый подход рассматривает $f(\bar{\xi}, \bar{\omega})$как случайную величину, параметризованную эпистемическими величинами. Второй подход рассматривает $f(\bar{\xi}, \bar{\omega})$как эпистемическую величину, параметризованную случайными величинами.

Важно отметить, что основным принципом решения оптимизационных задач в условиях неопределенности является использование детерминированных дубликатов недетерминированных выходных функций и ограничений. В зависимости от задачи и предпочтений проектировщика в качестве дубликатов выходных функций выбираются различные характеристики функций: ожидаемое значение, дисперсия, квантильные значения и аналоги этих характеристик, а в качестве дубликатов ограничений – степень уверенности их выполнения: вероятность, возможность, мера неопределенности. Методы вычисления детерминированных дубликатов выходных функций и ограничений с неопределенными величинами обычно имеют значительную вычислительную сложность, т.к. в общем случае требуют использования имитационного и\или суррогатного моделирования. Теория неопределенности дает возможность получить аналитические выражения для детерминированных дубликатов монотонных функций от эпистемических величин, что существенно сокращает вычислительные затраты на решение задач оптимизации.

В разделе 2 предлагается модель оптимизационной задачи с ограничениями в условиях параметрической смешанной неопределенности. Эпистемические величины моделируются неопределенными величинами, введенными в теории неопределенности [4] (далее везде под неопределенными имеются в виду эти величины). Функция от случайных и неопределенных величин моделируется так называемой неопределенно-случайной величиной, интерпретируемой как эпистемическая величина, параметризованная случайными величинами, т.е. в рамках второго подхода моделирования величин со смешанной неопределенностью.

В разделе 3 задача расчета весовых параметров ЛА в условиях параметрической смешанной неопределенности формализуется как многокритериальная оптимизационная задача с ограничениями. При переходе к детерминированной постановке используется предложенная модель. Приводится метод решения задачи расчета весовых параметров.

2. Модель оптимизационной задачи с ограничениями в условиях параметрической смешанной неопределенности

Пусть $\bar{x}$ − вектор решения, $\bar{\xi}$− вектор параметров, $f(\bar{x}, \bar{\xi})$ − целевая функция, $g(\bar{x}, \bar{\xi}) \leq 0$ − ограничение. Если вектор параметров содержит недетерминированные параметры, при формализации оптимизационной задачи переходят к различным детерминированным моделям с использованием дубликатов целевых функций и ограничений:

$$\min(\max) D(f(\bar{x}, \bar{\xi})) \text{ при условии } d(g(\bar{x}, \bar{\xi})) \leq 0.$$

где D − дубликат целевой функции $f(\bar{x},\bar{\xi})$, d − дубликат ограничений.

Пусть $f(\bar{\xi},\bar{\omega})$ − функция от неопределенных величин ξ_i, i=1, …, n, и случайных величин ω_j, j=1..m, т.е. неопределенно-случайная величина. В рамках второго подхода интерпретируем $f(\bar{\xi},\bar{\omega})$ как неопределенную величину, параметризованную случайными величинами. Тогда характеристика S функции $f(\bar{\xi},\bar{\omega})$ определяется в два этапа. Сначала определяется эпистемическая характеристика S' функции f со случайными величинами как параметрами. Характеристика S' не зависит от неопределенных величин и как функция от случайных величин является случайной величиной. Затем вычисляется вероятностная характеристика случайной величины S'. Эта вероятностная характеристика определяется как характеристика S неопределенно-случайной величины $f(\bar{\xi},\bar{\omega})$.

Пусть $\bar{x}$− вектор решения, $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ − независимые неопределенные величины с распределениями $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n$, имеющими обратные распределения, $\omega_1, \ldots, \omega_m$ − независимые случайные величины с распределениями $\Psi_1, \Psi_2, \ldots, \Psi_m$. Определим дубликат целевой функции $f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega})$: S' − ожидаемое значение, S − математическое ожидание.

Если $f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega})$– непрерывная строго возрастающая функция относительно $\xi_1, \ldots, \xi_k$ и строго убывающая функция относительно $\xi_{k+1}, \ldots, \xi_n$, то эпистемическая характеристика $E^M(f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}))$− ожидаемое значение функции f при параметрах − $\bar{\omega}$ имеет вид [4]:

$$E^M(f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega})) = \int_0^1 f(\bar{x},\Phi_1^{-1}(\alpha),\ldots,\Phi_k^{-1}(\alpha),\Phi_{k+1}^{-1}(1-\alpha),\ldots,\Phi_n^{-1}(1-\alpha),\bar{\omega})d\alpha.$$

Вероятностная характеристика $E^P(E^M(f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}))$– математическое ожидание случайной величины $E^M(f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}))$– имеет вид:

$$E^P(E^M(f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega})) = \int_{R^m} E^M(f(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}))d\psi_1 \ldots d\psi_\mathrm{m}.$$

Рассмотрим представление дубликата ограничения $g(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}) \le 0$. В рамках второго подхода $g(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega})$ есть неопределенная величина, параметризованная случайными величинами. Тогда дубликат ограничения $g(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}) \le 0$ имеет вид: $M(g(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}) \le 0) \ge \alpha$, где M – мера неопределенности [4] (степень уверенности эксперта), α – задается проектировщиком.

Если $g(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega})$ – непрерывная строго возрастающая функция относительно $\xi_1, \ldots, \xi_k$ и строго убывающая функция относительно $\xi_{k+1}, \ldots, \xi_n$, то неравенство $M(g(\bar{x},\bar{\xi},\bar{\omega}) \le 0) \ge \alpha$ эквивалентно неравенству [4]:

$$g(\bar{x},\Phi_1^{-1}(\alpha),\ldots,\Phi_k^{-1}(\alpha),\Phi_{k+1}^{-1}(1-\alpha),\ldots,\Phi_n^{-1}(1-\alpha),\bar{\omega}) \le 0.$$

Это неравенство содержит случайные величины и может быть заменено дубликатом – вероятностью выполнения этого неравенства:

$$P(g(\bar{x},\Phi_1^{-1}(\alpha),\ldots,\Phi_k^{-1}(\alpha),\Phi_{k+1}^{-1}(1-\alpha),\ldots,\Phi_n^{-1}(1-\alpha),\bar{\omega}) \le 0) \ge \beta,$$

где β − уровень вероятности, задаваемый проектировщиком.

Итак, оптимизационная модель имеет вид:

$$\min(\max) \int_{R^m} \int_0^1 f(\bar{x},\Phi_1^{-1}(\alpha),\ldots,\Phi_k^{-1}(\alpha),\Phi_{k+1}^{-1}(1-\alpha),\ldots,\Phi_n^{-1}(1-\alpha),\bar{\omega})d\alpha d\psi_1 \ldots d\psi_\mathrm{m}$$
при условии $P(g(\bar{x},\Phi_1^{-1}(\alpha),\ldots,\Phi_k^{-1}(\alpha),\Phi_{k+1}^{-1}(1-\alpha),\ldots,\Phi_n^{-1}(1-\alpha),\bar{\omega}) \le 0) \ge \beta$.

3. Расчет весовых параметров ЛА

Сформулируем задачу расчета весовых параметров ЛА как оптимизационную задачу с ограничениями в условиях смешанной неопределенности на основе методики расчета весовой сводки ЛА [5]. Согласно принятой методике формулы расчета основных показателей весовых характеристик ЛА на этапе предварительного проектирования имеют вид:

$$M_{fuel} = M_0 - M_{\mathrm{airframe}} - M_{ch} - M_{pp} - M_{ec} - M_{rae} - M_{payload} - M_{pe}$$

$$M_0 = \gamma_a(V_a - V_{pc}) + M_{payload} + M_{pe}$$

$M_{\text{airframe}} = (1 + K_m) q_s A_{wet}$
$q_s = k_{qs0} + (k_{qs1} + \lg V_a)\lg V_a$
$M_{ch} = 0.3 M_{\text{airframe}} K_{eq}$
$M_{pp} = \gamma_{eng} T (k_{eng0} + k_{eng1}\dfrac{V_a}{A_{wet}})$

где M_0 – взлетная масса; M_{airframe} – масса конструкции; M_{ch}– масса оборудования управления и гидравлики; M_{pp} – масса силовой установки; M_{fuel} – масса топлива; M_{ec} – масса экипажа и снаряжения; M_{rae} – масса бортового радиоэлектронного оборудования (БРЭО); $M_{payload}$ – коммерческая нагрузка; M_{pe} – пассажирское оборудование; γ_a – средняя плотность самолета; V_a – объем самолета; V_{pc} – объем пассажирского отсека; K_m – коэффициент использования композитов; q_s – удельный вес 1 м^2 планера самолета; A_{wet} – площадь омываемой поверхности самолета; k_{qs0} – статистический коэффициент; k_{qs1} – статистический коэффициент; K_{eq} – коэффициент, учитывающий технологию производства; γ_{eng} – удельный вес двигателя, показывает отношение веса двигателя к максимальной тяге T на $H = 0$, $V = 0$ (H, V – соответственно высота, скорость); T – потребная тяга на $H = 0$, $V = 0$; k_{eng0} – статистический коэффициент; k_{eng1} – статистический коэффициент.

Основная часть расходов эксплуатации ЛА состоит из затрат на топливо, поэтому при проектировании минимизируют массу конструкции ЛА, влияющую на расход топлива. Запас топлива является важной характеристикой, которая входит в формулу Бреге и определяет дальность полета ЛА. В связи с этим задача весового расчета может быть формализована и представлена в виде следующей модели оптимизации:

$$\begin{cases} \min \mathrm{M}_0, \max \mathrm{M}_{\text{fuel}}, \\ 400 \le \gamma_a \le 500, \\ 20 \le V_a \le 500, \\ \mathrm{M}_0 - 0.8\mathrm{M}_{\text{fuel}} \le \mathrm{M}_{\text{landing}} \end{cases}$$

Вектор проектируемых параметров: A_{wet}, V_a, $M_{payload}$, M_{pe}, M_{rae}. Параметры с эпистемической неопределенностью:K_m, K_{eq}, V_{pc}, M_{ec}, γ_a. Параметры с алеаторной неопределенностью: k_{qs0}, k_{qs1}, k_{eng0}, k_{eng1}, γ_{eng}, T.

Выражение$\mathrm{M}_0 - 0.8\mathrm{M}_{\text{fuel}} \le \mathrm{M}_{\text{landing}}$ определяет ограничение на посадочную массу ЛА. Ограничение на $\mathrm{M}_{\text{landing}}$ связано с длиной пробега при посадке, максимально допустимой вертикальной скоростью при посадке и т.д.

С использованием модели, предложенной в разделе 2, детерминированная двухкритериальная задача оптимизации с ограничениями имеет вид:

$$\begin{cases} \min \mathrm{E}[\mathrm{M}_0], \max \mathrm{E}[\mathrm{M}_{\text{fuel}}], \\ M(\gamma_a \le 500) \ge \alpha_{\gamma_a}^{\le}, \\ M(\gamma_a \ge 400) \ge \alpha_{\gamma_a}^{\ge}, \\ 20 \le V_a \le 500, \\ \mathrm{P}(\mathrm{M}(\mathrm{M}_0 - 0.8\mathrm{M}_{\text{fuel}} \le \mathrm{M}_{\text{landing}}) \ge \alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}) \ge P_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}. \end{cases}$$

где M – мера неопределенности (степень уверенности эксперта), $\alpha_{\gamma_a}^{\le}$, $\alpha_{\gamma_a}^{\ge}$, $\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}$ – соответственно уровни степеней уверенности выполнения рассматриваемых неравенств, $P_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}$ – уровень вероятности того, что степень уверенности выполнения неравенства $\mathrm{M}_0 - 0.8\mathrm{M}_{\text{fuel}} \le \mathrm{M}_{\text{landing}}$ будет больше $\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}$.

Для решения поставленной задачи сначала задаются$\alpha_{\gamma_a}^{\le}$, $\alpha_{\gamma_a}^{\ge}$, $\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}$, $P_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}$. Затем применяется алгоритм многокритериальной оптимизации. Для каждой комбинации варьируемых в процессе оптимизации проектируемых параметров вычисляются ожидаемые значения целевых функций по формулам:

$$\mathrm{E}[M_0] = \int_0^1 (\Phi_{\gamma_a}^{-1}(\alpha)(V_a - \Phi_{V_{pc}}^{-1}(1-\alpha)) + M_{payload} + M_{pe}) d\alpha,$$

$$\mathrm{E}[M_{fuel}] = \int_{R^6} (\int_0^1 (M_0 - M_{\text{airframe}} - M_{ch} - M_{pp} - \Phi_{M_{ec}}^{-1}(1-\alpha) -$$
$$- M_{rae} - M_{payload} - M_{pe}) d\alpha) d\psi_{k_{qs0}} d\psi_{k_{qs1}} d\psi_{k_{eng0}} d\psi_{k_{eng1}} d\psi_{\gamma_{eng}} d\psi_T,$$

где

$$M_0 = \Phi_{\gamma_a}^{-1}(\alpha)(V_a - \Phi_{V_{pc}}^{-1}(1-\alpha)) + M_{payload} + M_{pe};$$
$$M_{ch} = 0.3 M_{\text{airframe}} \Phi_{K_{eq}}^{-1}(1-\alpha);$$
$$M_{\text{airframe}} = (1 + \Phi_{K_m}^{-1}(1-\alpha)) q_s A_{wet};$$

$\Phi_{\text{г}_a}^{-1}$, $\Phi_{V_{pc}}^{-1}$, $\Phi_{M_{ec}}^{-1}$, $\Phi_{K_{eq}}^{-1}$, $\Phi_{K_m}^{-1}$ – соответственно обратные функции распределения неопределенности для параметров γ_a, V_{pc}, M_{ec}, K_{eq}, K_m; $\psi_{k_{qs0}}$, $\psi_{k_{qs1}}$,$\psi_{k_{eng0}}$, $\psi_{k_{eng1}}$,$\psi_{\gamma_{eng}}$, ψ_T – соответственно функции распределения вероятности для параметров k_{qs0}, k_{qs1}, k_{eng0}, k_{eng1}, γ_{eng}, T.

Ограничение $M(\gamma_a \le 500) \ge \alpha_{\gamma_a}^{\le}$ эквивалентно $\Phi_{\gamma_a}^{-1}(\alpha_{\gamma_a}^{\le}) \le 500$. Ограничение $M(\gamma_a \ge 400) \ge \alpha_{\gamma_a}^{\ge}$ эквивалентно $\Phi_{\gamma_a}^{-1}(1-\alpha_{\gamma_a}^{\ge}) \ge 400$. Для проверки ограничения на посадочную массу вычисляется вероятность того, что степень уверенности (мера неопределенности) выполнения данного ограничения будет больше заданного уровня:

$$\mathrm{P}(\mathrm{M}(\mathrm{M}_0 - 0.8\mathrm{M}_{\text{fuel}} \le \mathrm{M}_{\text{landing}}) \ge \alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}) \ge P_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}.$$

Это неравенство эквивалентно (см. раздел 2):

$$\mathrm{P}(\mathrm{M}_0 - 0.8\mathrm{M}_{\text{fuel}} - \mathrm{M}_{\text{landing}} \le 0) \ge P_{\mathrm{M}_{\text{landing}}},$$

где

$$M_0 = \Phi_{\gamma_a}^{-1}(\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}})(V_a - \Phi_{V_{pc}}^{-1}(1-\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}})) + M_{payload} + M_{pe},$$
$$M_{fuel} = M_0 - M_{\text{airframe}} - M_{ch} - M_{pp} - \Phi_{M_{ec}}^{-1}(\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}) - M_{rae} - M_{payload} - M_{pe},$$
$$M_{ch} = 0.3 M_{\text{airframe}} \Phi_{K_{eq}}^{-1}(\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}}),$$
$$M_{\text{airframe}} = (1 + \Phi_{K_m}^{-1}(\alpha_{\mathrm{M}_{\text{landing}}})) q_s A_{wet}.$$

Для расчета весовых параметров ЛА использовался многокритериальный генетический алгоритм и статистическое моделирование.

4. Заключение

Предложена модель оптимизационной задачи с ограничениями в условиях параметрической смешанной неопределенности. Параметры с эпистемической неопределенностью моделируются неопределенными величинами, введенными в теории неопределенности. С использованием предложенной модели формализована и решена одна из задач предварительного аэродинамического проектирования в условиях параметрической смешанной неопределенности – расчет весовых параметров летательного аппарата.

Список литературы

1. Eldred S., Swiler T., Tang G.: Mixed aleatory-epistemic uncertainty quantification with stochastic expansions and optimization-based interval estimation // Reliability Engineering and System Safety. 2011. Vol. 96, No. 9. P. 1092-1113.
2. Lockwood B., Anitescu M., Mavripilis D. Mixed aleatory/epistemic uncertainty quantification for hypersonic flows via gradient-based optimization and surrogate models // 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting. 2012. AIAA-2012-1254.
3. Язенин А.В. Основные понятия теории возможностей. М.: Физматлит, 2016, 144 с.
4. Liu B. Uncertainty Theory. http://orsc.edu.cn/liu/ut.pdf.

5. Иродов Р.Д., Башкиров И.Г., Колоколова Л.Г. Летно-технические характеристики сверхзвуковых самолетов // Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов/ Под ред. Г.С .Бюшгенса. М.: Российская академия наук («Наука» РАН), 2016. С. 579-620.