УДК 519.178

ПОСТРОЕНИЕ МНОГОПОЛЮСНОЙ СЕТИ В ЗАДАЧЕ НАЗНАЧЕНИЯ ЛОКОМОТИВОВ ДЛЯ ГРУЗОВЫХ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ПЕРЕВОЗОК НА ЛИНЕЙНОМ УЧАСТКЕ

Л.Ю. Жилякова
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: zhilyakova@ipu.ru

Ключевые слова: потоки в сетях, назначение локомотивов, грузовые железнодорожные перевозки, алгоритмы в сетях.

Аннотация: В работе описывается построение графовой модели для решения задачи подбора локомотивов для провоза грузовых поездов. Построение происходит в два этапа: на первом этапе на графиковой плоскости строятся геометрические места точек, достижимых из каждой значимой точки графика. На втором этапе строится схема вложенности траекторий, представляющая собой ориентированный многополюсный взвешенный граф. Таким образом, задача определения минимально достаточного количества локомотивов для осуществления всех перевозок и задача нахождения оптимального плана перевозок при достаточном количестве локомотивов сводятся к построению непересекающихся путей на полученном графе, обладающих заданными свойствами.

1. Введение

В настоящей работе предложен новый подход к решению задачи подбора локомотивов для осуществления заданного графика перевозок на линейном участке. Поиск оптимального решения сведен к поиску взаимно непересекающихся путей в многополюсном ориентированном графе. В целом, графовый подход достаточно распространен и действен: задачи из разных предметных областей, зачастую далеких от сетевых структур, часто успешно решаются с помощью алгоритмической теории графов и сетей [1, 2]. К наиболее полно разработанному классу относятся различные варианты потоковых моделей, начиная с классической статической задачи нахождения максимального потока Форда–Фалкерсона [3]. Существует множество модификаций этого подхода: динамические, мультипродуктовые, мультистоковые и др. Рассматриваются потоки на графах с нестандартной достижимостью разного рода [4]. К задачам комбинаторной оптимизации, решаемым с помощью потоковых моделей, относятся задачи о составлении расписаний, о максимальных паросочетаниях, о паросочетаниях с минимальным расстоянием, транспортная задача и другие [5-7]. Модели и алгоритмы назначения локомотивов описаны в работах [8, 9]. Оптимальный по использованию тяговых ресурсов план построен в работах [10, 11], где впервые предложена и реализована идея построения плана перевозок на основе ресурсного графа, вложенного в плоскость графика поездов. В них решена реальная задача подвязки локомотивов к грузовым поездам на

Восточном полигоне РЖД. Однако применяемые в работе методы в некоторых случаях не позволяют построить полную подвязку в условиях дефицита локомотивов, даже если она существует. В работе [12] было описано решение локальной задачи: для заданных начальных состояний локомотивов и поездов и заданного целевого состояния определить, является ли осуществимым все множество перевозок. В процессе решения строится план перевозок. Алгоритм, описанный в [12], решает поставленную задачу в отсутствии ограничений по времени: все локомотивы должны быть доступны до достижения горизонта планирования. Данная работа предлагает метод, учитывающий ряд дополнительных ограничений, встречающихся на практике. Все основные понятия, используемые в работе, сформулированы в статьях [10, 11].

2. Описание модели

2.1. Основные понятия

Задан линейный участок железной дороги с k станциями $S = \{S_0, \ldots, S_k\}$.

Будем рассматривать графиковую пространственно-временную плоскость, в которой на оси времени заданы дискретные значения: $T = \{1, 2, \ldots, T_{fin}\}$, где T_{fin} – заданный горизонт планирования.

Множество составов и их траекторий движения $Tr = \{Tr_1, \ldots, Tr_n\}$ будем называть *локо-слотами*.

Множество локомотивов $L = \{L_1, \ldots, L_m\}$.

Начальное положение составов и локомотивов задается отображениями:

$$f_{Tr\_\mathrm{start}}: Tr \to (T, S); f_{L\_\mathrm{start}}: L \to (T, S).$$

Целевое состояние для составов задается отображением:

$$f_{Tr\_\mathrm{goal}}: Tr \to (T, S).$$

Задача построения плана перевозок формулируется в терминах пространственно-временного графика [10, 11]. На графиковой плоскости заданы перевозки грузовых составов в виде локо-слотов, а также множество локомотивов (рис. 1).

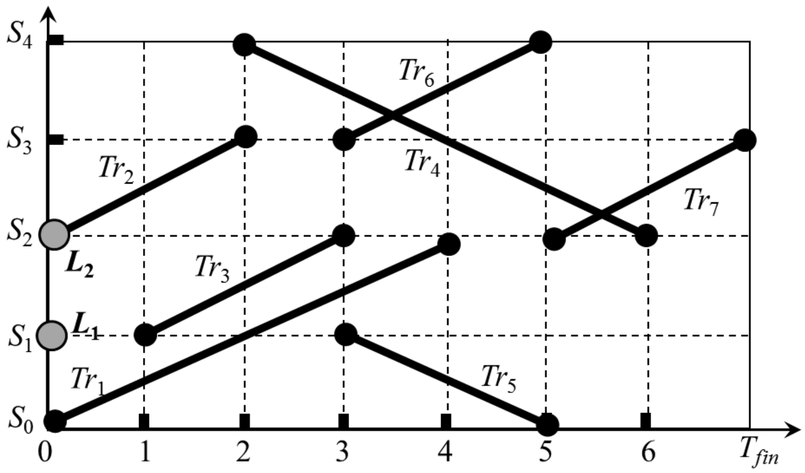

Рис. 1. Графиковая плоскость с заданными перевозками (локо-слотами) и локомотивами.

Задача состоит в том, чтобы определить, достаточно ли множество локомотивов для осуществления всех перевозок и построить оптимальный план перевозок.

2.2. Метод построения многополюсного графа

У каждого локомотива кроме начального состояния есть дополнительные характеристики: домен (допустимая область тяги) и время работы (расстояние по времени до ближайшей профилактики) [10, 11]. Если время профилактики локомотива лежит за горизонтом событий, будем считать, что оно не влияет на планирование.

Все ограничения локомотива: пространственные, временные, а также ограничения скорости – можно представить в виде геометрического места точек на графиковой плоскости. В общем виде, ГМТ каждого локомотива L_i представляет собой конус скоростей Cone (L_i) [12], с пространственно-временными ограничениями. В каждой точке плоскости можно определить, для каких локомотивов она будет достижимой (рис. 2).

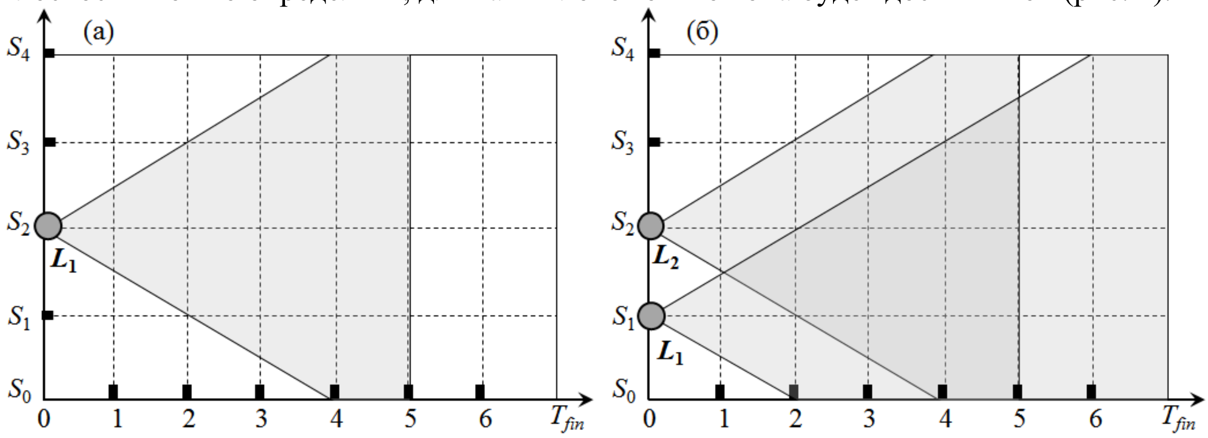

Рис. 2. Геометрическое место точек. (а) Ограниченный конус одного локомотива; (б) пересечение двух конусов. Точка, принадлежащая пересечению, достижима для каждого из локомотивов L_1, L_2.

Процесс построения многополюсного графа заключается в следующем.

1) На графиковой плоскости для всех локомотивов строятся геометрические места точек достижимости.

2) Из правых (целевых) концов всех локо-слотов, кроме тех локо-слотов, правее которых не лежит никакой другой локо-слот, строятся конусы скоростей (рис. 3а).

3) Строится граф вложенности. Вершинами графа являются локомотивы и локо-слоты. Две вершины связаны дугой, если конус (в общем случае, усеченный конус, если речь идет о локомотивах с ограничением по времени и/или домену) начальной вершины целиком содержит в себе локо-слот, соответствующий конечной вершине. Дуги строятся от локомотивов к локо-слотам или от локо-слотов к другим локо-слотам. Из вершин, соответствующих локомотивам, выходят дуги двух видов. Назовем их *дугами подцепок* [10] (сплошные линии на рис. 3б) и *дугами достижимости* (пунктирные линии там же).

Дуга подцепки, идущая от локомотива к локо-слоту, означает потенциальную возможность того, что при построении пути данный локо-слот будет первым. Другими словами, в данный локо-слот нельзя попасть из вершины, соответствующей данному локомотиву более длинным путем. Для пояснения рассмотрим рис. 3б. В вершину, соответствующую локо-слоту Tr_2 из вершины L_2 можно попасть через вершину Tr_1, поэтому дуга, ведущая напрямую в Tr_2, обозначает лишь тот факт, что этот слот достижим из L_2, и является дугой другого типа (типа *достижимости*). Однако в процессе поиска разбиения графа на простые пути нет запрета на то, чтобы дуги достижимости становились дугами подцепки, если это ведет к оптимальному назначению локомотивов. Дуги достижимости строятся только для локомотивов.

Дуга перецепки между локо-слотами [10] означает переход от выполнения одной перевозки Tr_i к дугой – Tr_j. Дуги достижимости ведут от локомотивов ко всем доступным им локо-слотам. Локо-слот считается доступным, если он полностью лежит в усеченном конусе локомотива. Так, на рис. 3а видно, что начало локо-слота Tr_3 попадает в усеченный конус L_1, а конец не попадает. Поэтому на графе отсутствует соответствующая дуга. Однако если бы локомотив L_1 не имел ограничения по времени, все перевозки из графика 3а были бы осуществимы.

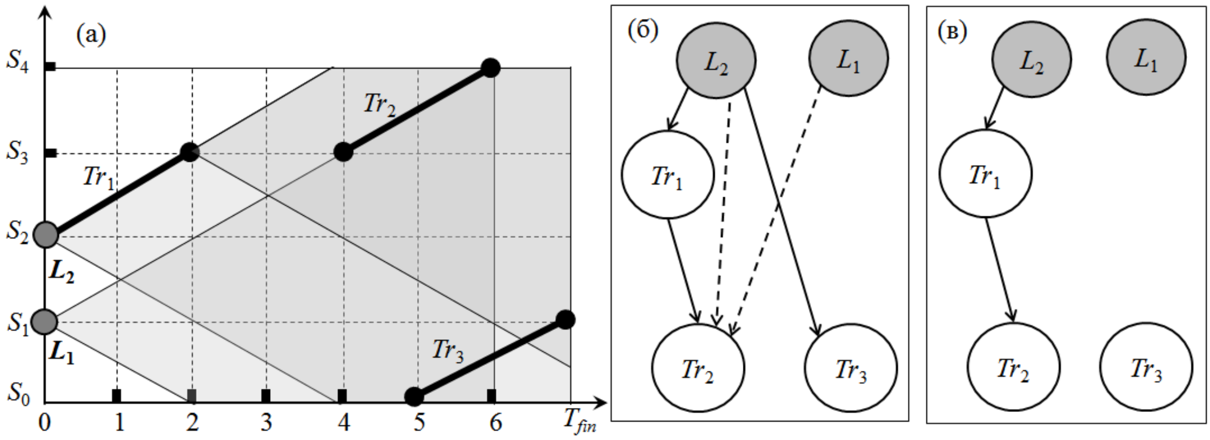

Рис. 3. Построение многополюсного графа. (а) Построение всех непустых конусов на графике; (б) построение графа вложенности: источники – вершины-локомотивы; стоки – вершины без конусов; (в) разделение графа на простые непересекающиеся пути.

Замечание. Отметим, что источниками могут быть не только вершины-локомотивы, но и *самые ранние* локо-слоты – локо-слоты, не достижимые ни из локомотивов, ни из других локо-слотов. Они образуют начала цепочек, соответствующих простым путям без локомотивов. Тогда из построенного графа можно сразу увидеть, к какому улучшению приведет добавление локомотивов в то или иное место графика.

2.3. Метод определения достаточности числа локомотивов и нахождения оптимального решения

Граф вложений будем называть *k*-*l*–графом, где *k* – число источников, *l* – число стоков. Поиск назначений для каждого локомотива на таком графе сводится к нахождению для него пути к некоторому стоку (или к некоторой максимально удаленной вершине, достижимой для этого локомотива, если он имеет ограничения по времени).

Дадим определения понятий, которые будут использоваться.

Простым путем в *k*-*l*–графе называется последовательность вершин и дуг подцепки и перецепки, не содержащаяся целиком ни в каком другом простом пути.

Разбиением k-l–графа на простые пути назовем такое удаление дуг, при котором каждая вершина имеет не более одной входной и одной выходной дуги.

Это определение задает следующие свойства разбиения:

– простые пути попарно не пересекаются;

– объединение простых путей содержит все вершины исходного графа;

Полным разбиением k-l–графа назовем такое разбиение, в котором началом каждого простого пути является вершина-локомотив.

Частичным разбиением k-l–графа назовем такое разбиение, в котором существуют пути с начальными вершинами, соответствующими локо-слотам, или висячие локо-слоты.

Утверждение 1. Если в *k*-*l*–графе число локомотивов меньше max(*k*, *l*), полного разбиения не существует.

Утверждение 2. Для того чтобы в k-l–графе существовало полное разбиение, необходимо, чтобы выполнялось неравенство $l \leq k$.

Простой пример, приведенный на рис. 3, показывает, что условие утверждения 2 не является достаточным.

С другой стороны, в k-l–графе может существовать более одного полного разбиения на простые непересекающиеся пути. Для того чтобы найти оптимальное решение, достаточно использовать взвешенный граф, в котором веса дуг соответствуют штрафам локомотивов за движение порожняком или простой.

Эти же соображения применимы к частичным разбиениям в отсутствие полного. Из нескольких возможных частичных разбиений оптимальным будем считать разбиение, содержащее наибольшее количество вершин. Если таких разбиений несколько, оптимальным из них будет разбиение с минимальным весом.

Замечание. Как было отмечено, веса ребер можно интерпретировать как штрафы локомотивов за непроизводительное время или за передвижение порожняком. Кроме штрафов можно ввести премии за перевозки, которым будут соответствовать веса вершин. Если веса вершин и ребер имеют разные знаки, функции полезности локомотивов можно задавать как кумулятивные функции весов вершин локо-слотов и дуг, принадлежащих одному простому пути.

3. Заключение

В работе описан метод, позволяющий свести задачу поиска оптимального плана перевозок на линейном участке железной дороги к задаче разбиения многополюсного k-l–графа на простые непересекающиеся пути от источников к стокам.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты 17-20-01180 офи_м_РЖД, 17-07-00541а).

Список литературы

1. Ahuja, R.K., Magnanti, T.L., Orlin, J.B. Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Prentice Hall, United States, 1993.
2. Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++. Алгоритмы на графах. ДиаСофтЮП, 2002. 496 с.
3. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. Пер. с англ. М.: Мир, 1996. 334 с.
4. Ерусалимский Я.М. Потоки в сетях с нестандартной достижимостью // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Ест. науки. 2012. № 1. С. 5-7.
5. Адельсон-Вельский Г.М., Диниц Е.А., Карзанов А.В. Потоковые алгоритмы. М.: Наука, 1975. 119 с.
6. Лазарев А.А., Гафаров Е.Р. Теория расписаний. Исследование задач с отношениями предшествования и ресурсными ограничениями. Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН. 2007. 80 с.
7. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии / Пер. с англ. М.: Мир, 1998. 653 с.
8. Ahuja R.K., Liu J., Orlin J.B., at al. Solving real-life locomotive scheduling problems // Transportation Science. 2005. Vol. 39, No. 4. P. 503-517.
9. Jaumard B., Tian H. Multi-Column Generation Model for the Locomotive Assignment Problem // Proc. of 16th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems ATMOS ’16. 2016. P. 6:1–6:13.
10. Matyukhin V.G., Shabunin A. B., Kuznetsov N.A., Takmazian A.K. Rail transport control by combinatorial optimization approach // 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies. Conference Proceedings. 2017. Vol. 1. P. 419-422,.
11. Такмазьян А.К., Шабунин А.Б. Приложение метода оптимального сетевого потока к задаче подбора локомотивов для грузовых поездов на Восточном полигоне // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23. № 6. С. 94-106. DOI: 10.25743/ICT.2018.23.6.009

12. Жилякова Л.Ю., Кузнецов Н.А., Матюхин В.Г., Шабунин А.Б., Такмазьян А.К. Графовая модель распределения локомотивов для грузовых перевозок на линейном участке железной дороги. Задача о максимальном по включению покрытии графика // Проблемы управления, 2018, № 3, с. 65-75. DOI: https://doi.org/10.25728/pu.2018.3.9